

·经验交流·

一种新的全局最优化反演计算方法

傅旦丹* 何樵登 刘一峰

(海洋石油勘探开发研究中心) (长春科技大学) (海洋石油勘探开发研究中心)

郭明珠 蒋连斌

(哈尔滨国家地震局) (大庆石油管理局物探公司)

摘要

傅旦丹, 何樵登, 刘一峰, 郭明珠, 蒋连斌. 一种新的全局最优化反演计算方法. 石油地球物理勘探, 2000, 35(4): 536~542

本文提出了一种新的最优化算法——坐标扰动法。该方法只需利用目标函数值, 无需计算函数的导数, 以正交的坐标轴方向为基本的搜索方向, 当沿某基本的搜索方向搜索失败时, 则对其进行扰动, 从而改善其收敛性、达到全局收敛的目的。

文中以一个函数极值求解问题和一维正交各向异性介质波形反演问题为例所进行的计算处理结果表明, 本文提出的方法具有良好的全局收敛性, 几乎不依赖于初值, 便能以较高的精度逼近最优解。

主题词 最优化 直接法 坐标扰动 全局收敛 反演

ABSTRACT

Fu Dandan, He Qiaodeng, Liu Yifeng, Guo Mingzhu and Jiang Lianbin. A novel global-optimized inversion method. *OGP*, 2000, 35(4): 536~542

Coordinate perturbation method, a novel optimization method, is recommended here. The method only uses objective function value, without solving for the derivative of function. It takes orthogonal coordinate-axis directions as its basic search directions. When the search fails in a basic search direction, perturbation is made to improve convergence, thus achieving final global convergence.

Computation results with regard to solution problem of function extreme and waveform inversion problem in one-dimensional orthogonal anisotropic medium show that the method brings good global convergence and approaches the optimum solution desirably, nearly without dependence on the initial values.

Subject terms: optimization, direct method, coordinate perturbation method, global convergence, inversion

* Fu Dandan, Research Center of Marine Petroleum Exploration and Development, Gaobeidian City, Hebei Province, 074010, China

本文于1999年4月28日收到, 修改稿于同年6月29日收到。

随着计算机技术的发展和普及,最优化理论和方法在诸多领域已得到了迅速的发展和推广。目前,它已成为现代科学技术中一个必不可少的重要的数学手段和方法,其应用和发展亦为诸多领域中非线性问题的解决提供了坚实有力的理论基础和有效的方法。而在地球物理反演领域,反演技术的进展取决于最优化理论及方法的进步和发展。

在无约束最优化方法中,一类是利用函数的一阶或二阶导数,称为解析法,如最速下降法、牛顿法和共轭梯度法等;另一类则仅利用函数值本身的信息,称为直接法,如模式搜索法、坐标轮换法、Powell 法、单纯形法以及地球物理反演中常常使用的 Monte Carlo 法和近年来在地球物理领域获得广泛应用的遗传算法和神经网络等等。由于在处理实际问题中,所遇到的函数或反问题的解析表达式常常比较复杂,甚至无法给出有关函数的解析表达式,故难以求出函数的导数或无法求出其导数。因此,后一类方法更具有普遍适用性,适合任何类型的反演问题。

本文介绍一种新的最优化反演计算技术——坐标扰动法。该方法只利用函数值,而无需计算函数的导数,属于直接法范畴。本文在阐述其原理的基础上,利用该方法就一个三维四次函数的无约束极值的求解问题以及一维正交各向异性介质波形反演问题进行计算处理,以考察该方法的计算效果及其全局收敛性质。

方法原理

在直接法的几种方法中,如模式搜索法、坐标轮换法和 Powell 法,它们的一个共同特点是:在每次迭代中,无论是循环利用原共轭向量,还是在每次迭代中产生新的共轭向量以代替原共轭向量,都是按相互共轭的向量方向寻找函数的下降方向。但对于较复杂的非二次函数极值的求解问题,这些算法常常易于陷入局部极值而导致算法退化。据此,我们提出了这样一种算法:在每次迭代中,皆选取沿坐标轴方向的 n 个相互正交的单位向量构成基本的搜索方向向量组,当出现沿某个正交向量搜索失败的情况下,则选取另一个正交向量与其构成一个新的搜索方向向量进行搜索,以寻找极小值点。而在被选取的向量方向上,其向量长度则由一个随机函数产生。由于这种新的搜索向量可视为对以坐标轴方向向量为基本搜索方向向量的一种扰动,故称此算法为坐标扰动法。其基本算法步骤如下:

设 $\mathbf{x}^{(0)} = (x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_n^{(0)})$ 为 n 维函数 $f(\mathbf{x})$ 的初始点,控制误差 $\epsilon > 0$ 。将 n 个相互正交的向量 $\mathbf{d}_k (k=1, 2, \dots, n)$ 取为沿坐标轴方向的 n 个相互正交的单位向量 $\mathbf{v}_k (k=1, 2, \dots, n)$, 即

$$\mathbf{d}_k = \mathbf{v}_k \quad (k=1, 2, \dots, n) \quad (1)$$

而

$$\mathbf{v}_k = (v_{k1}, v_{k2}, \dots, v_{kn}) \quad (2)$$

$$v_{ki} = \begin{cases} 1 & i=k \\ 0 & i \neq k \end{cases} \quad (3)$$

令 $\mathbf{y}^{(1)} = \mathbf{x}^{(0)}$, $k=1, i=1$ 。

(1) 令 $\mathbf{g}_i = \mathbf{d}_i, j=i$ 。求 λ_i , 并满足

$$f(\mathbf{y}^{(i)} + \lambda_i \mathbf{g}_i) = \min_{\lambda} f(\mathbf{y}^{(i)} + \lambda_i \mathbf{g}_i) \quad (4)$$

若 $\lambda_i \neq 0$, 则转步骤(2); 若 $\lambda_i = 0$, 则增加 j 值 ($j = j + 1$)。如果 $j > n$, 转步骤(2); 否则, 产生一个随机数 r_j , 然后按下式构造一个新的搜索方向向量组 \mathbf{d}'_i

$$\mathbf{d}'_i = \mathbf{d}_i + r_j \mathbf{d}_j \quad (5)$$

\mathbf{d}'_i 可视为对 \mathbf{d}_i 进行扰动后的结果。然后令 $\mathbf{g}_i = \mathbf{d}_i$, 转步骤(1)。

(2) 令 $\mathbf{y}^{(i+1)} = \mathbf{y}^{(i)} + \lambda_i \mathbf{g}_i$ 。若 $i < n$, 则增加 i 值 ($i = i + 1$), 转步骤(1); 否则, 若 $i = n$, 则令 $\mathbf{x}^{(k+1)} = \mathbf{y}^{(n+1)}$, 转步骤(3)。

(3) 若 $\|\mathbf{x}^{(k+1)} - \mathbf{x}^{(k)}\| \leq \varepsilon$, 则停止迭代, 同时求得最优解为 $\mathbf{x}^{(k+1)}$; 否则, 转步骤(4)。

(4) 令 $\mathbf{g} = \mathbf{x}^{(k+1)} - \mathbf{x}^{(k)}$ 。求 λ' , 并满足

$$f(\mathbf{x}^{(k+1)} + \lambda' \mathbf{g}) = \min_{\lambda} f(\mathbf{x}^{(k+1)} + \lambda \mathbf{g}) \quad (6)$$

令 $\mathbf{y}^{(1)} = \mathbf{x}^{(k+1)} + \lambda' \mathbf{g}$ 和 $k = k + 1$, 重复上述循环过程。

对实现过程中的某些步骤, 还可以进行一些修改。譬如, 我们可以看到, 在上述基本算法中, 随着 i 值的增大, \mathbf{d}_i 受到扰动的机会随之减少。为此, 可在算法实现中采取这样的方法: 在第 k 次迭代中, 使搜索顺序按 $\mathbf{d}_k \rightarrow \mathbf{d}_{k+1} \rightarrow \dots \rightarrow \mathbf{d}_n \rightarrow \dots \rightarrow \mathbf{d}_{k-1}$ 的顺序进行, 从而平衡各搜索方向向量受到扰动的机会。

函数极值点求解

在本文中我们设计了如下的三元四次函数

$$f(\mathbf{x}) = (x_2 - x_1^2)^2 + (x_3 - x_2)^2 + (1 + x_1)^2 \quad (7)$$

易知, 该函数的全局极小值点为 $x_1 = x_2 = x_3 = 1$ 。在 $-10^5 \leq x_i \leq 10^5$ ($i = 1, 2, 3$) 的范围内, 我们任选了一些初值点, 对此函数用坐标扰动法进行了计算。由于 Powell 法是求解无约束函数极值的最有效的方法之一, 因此, 同时也对此函数用 Powell 法求解了其极小值点。它们的计算结果如表 1 所示。从表 1 可以明显地看到, Powell 法对初值有较大的依赖性, 不具有全局收敛性。而本文提出的坐标扰动法则在任何情况下, 皆能以很高的精度逼近全局极小值点。因此, 坐标扰动法具有良好的全局收敛性, 而且除了个别的初值点以外, 其它点处的迭代次数均为几十次而已。

表 1 坐标扰动法与 Powell 法计算结果比较

初 值			坐标扰动法			Powell 法			
$x_1^{(0)}$	$x_2^{(0)}$	$x_3^{(0)}$	迭代 次数	极 小 值 点			x_1	x_2	x_3
				x_1	x_2	x_3			
-10^5	-10^5	-10^5	14	0.999987	0.999975	0.999975	0.250253	-24962.1	-24962.1
-10^4	10^4	-10^4	44	1.000021	1.000042	1.000042	-0.7267	-2298.66	-2298.66
10^4	-10^4	-10^4	14	0.999992	0.999985	0.999985	0.250209	-2498.87	-2498.87
-10^3	-10^3	-10^3	14	0.999987	0.999975	0.999975	0.253161	0.06402	0.06402
-10	-10^2	-10^3	15	1.000010	1.000020	1.000020	0.99990	0.999976	0.999977
-10	10	-5	23	0.999995	0.999987	0.999987	1.000001	1.000003	1.000003
10^2	10	10^3	93	0.999984	0.999962	0.999962	17.90314	320.7614	320.6899

续表1

初 值			坐标扰动法			Powell 法			
$x_1^{(0)}$	$x_2^{(0)}$	$x_3^{(0)}$	迭代 次数	极 小 值 点		极 小 值 点			
				x_1	x_2	x_3	x_1	x_2	
10^3	5×10^3	10^3	125	1.000000	1.000000	1.000000	28.04569	786.939	787.1243
10^3	5×10^3	-5×10^3	32	0.999998	0.999996	0.999996	1.000748	1.001466	1.001472
10^4	-10^4	10^4	640	0.999986	0.999966	0.999966	70.47453	4967.031	4967.151
10^4	10^4	10^4	465	0.999983	0.999963	0.999963	-60.1244	3615.254	3615.732
10^5	10^5	10^5	1050	0.999996	0.999991	0.999991	-249.178	62090.04	69090.23

正交各向异性参数反演

为了进一步了解坐标扰动法在解决复杂的地球物理最优化反演问题方面的能力及其效果,本文采用长波长等效正交各向异性介质理论,以一维正交各向异性介质波形反演问题为例对其进行考察。表2为一个四层一维正交各向异性介质模型,共有15个参数。

表2 四层一维正交各向异性参数反演

层号	$\theta(^{\circ})$	$c_{44}/\rho(10^6 \text{m}^2 \text{s}^{-2})$	F_T	界面深度(m)
1	21.0	2.00	0.09	100
2	30.0	5.00	0.10	220
3	31.0	2.00	0.19	320
4	30.0	4.00	0.13	

表中: θ 为裂隙方位角, F_T 为加权平均的切向裂隙柔量, c_{44}/ρ 为密度归一化弹性常数。正演时,采用地面水平(x)方向激发,井中(VSP)观测系统接收,道间距为20m。反演时,为减少运算时间,使搜索过程均以不太高的精度进行。此外,对多参数介质的反演问题,还采取了如下两种措施:①在扰动过程中,为节省计算时间,当某个坐标轴方向向量需要扰动时,其扰动次数最多不超过3次;②为了更有利于坐标扰动法收敛到全局极值处,文中采用了多目标函数相结合的方法。

对无噪记录,目标函数为

$$F_{a,1}(\mathbf{m}) = N^{-1} \sum_{i=x,y,z} \sum_{j=1}^{N_i} \frac{\sum_t [|u_{i,j}(t, \mathbf{m}) - u_{i,j}(t, \mathbf{m}_0)|]}{\sum_t [|u_{i,j}(t, \mathbf{m}) + u_{i,j}(t, \mathbf{m}_0)|]} \quad (8)$$

$$F_{a,2}(\mathbf{m}) = 1 - N^{-1} \sum_{i=x,y,z} \left| \sum_{j=1}^{N_i} \frac{\sum_t u_{i,j}(t, \mathbf{m}) u_{i,j}(t, \mathbf{m}_0)}{\left[\sum_t [u_{i,j}^2(t, \mathbf{m}) \sum_t u_{i,j}^2(t, \mathbf{m}_0)] \right]^{1/2}} \right| \quad (9)$$

对有噪记录,目标函数为

$$F_{b,1}(\mathbf{m}) = N^{-1} \sum_{i=x,y,z} \sum_{j=1}^{N_i} \left| \frac{\sum_t [u_{i,j}(t, \mathbf{m}) - u_{i,j}(t, \mathbf{m}_0)]}{\sum_t [|u_{i,j}(t, \mathbf{m}) + u_{i,j}(t, \mathbf{m}_0)|]} \right| \quad (10)$$

$$F_{b,2}(\mathbf{m}) = F_{a,2}(\mathbf{m}) \quad (11)$$

其中, $N = N_x + N_y + N_z$ 为总地震道数, $u_{i,j}(t, \mathbf{m})$ ($i = x, y, z$) 为 i 分量波场地震记录道集中第 j 道 ($j = 1, 2, \dots, N_i$) 记录, \mathbf{m}_0 为理论模型参数。

图1和图2则分别为用坐标扰动法对无噪记录及对含均值为0、方差为1的高斯白噪声

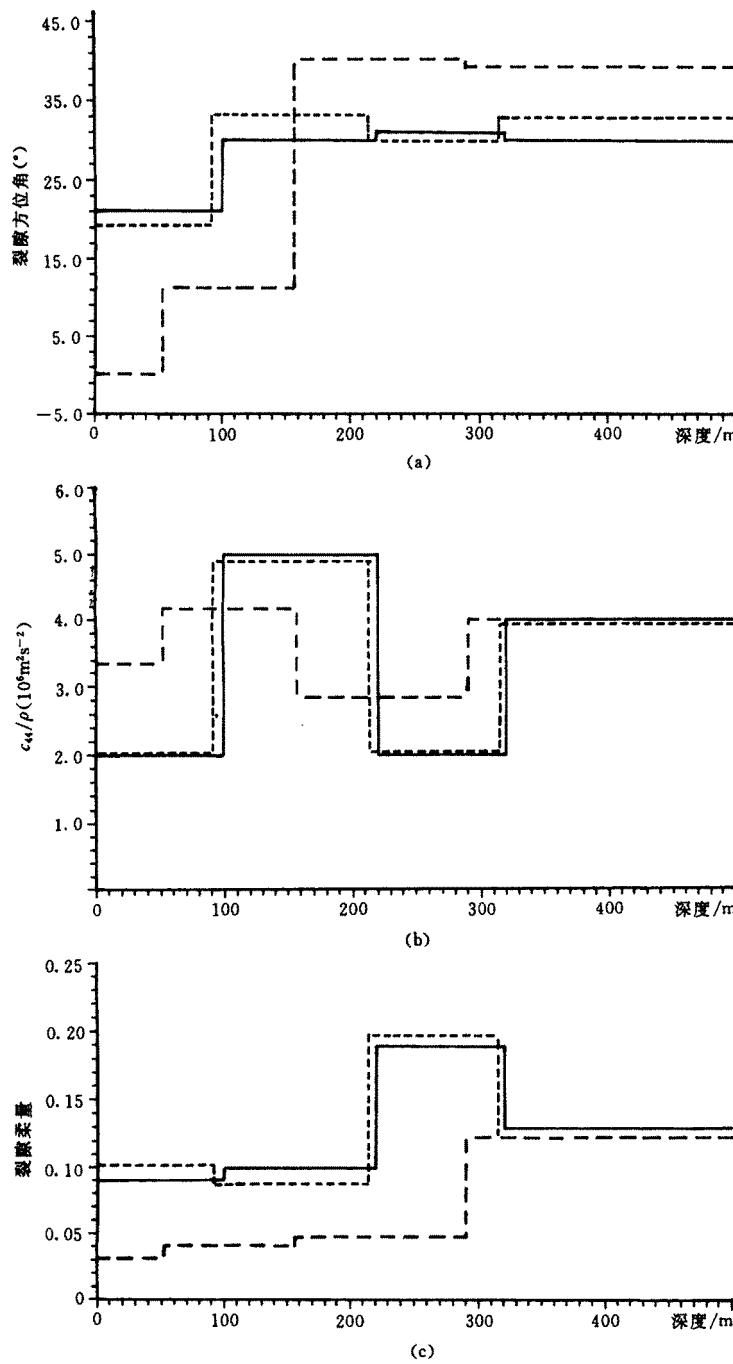


图1 坐标扰动法对四层介质无噪记录的反演结果

(a)裂隙方位角的反演结果,(b)密度归一化弹性常数的反演结果,(c)裂隙柔量的反演结果

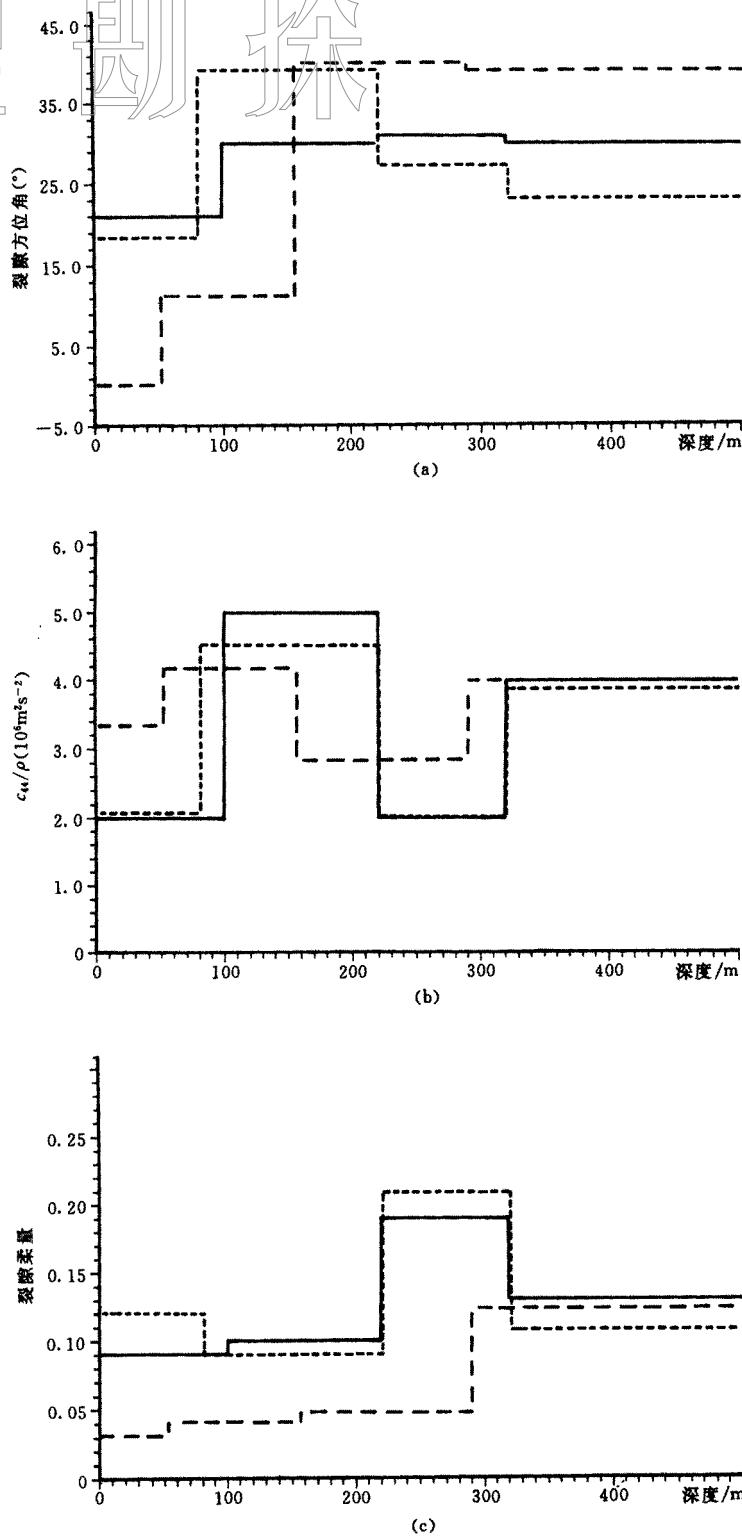


图 2 坐标扰动法对四层介质有噪记录的反演结果

(a)裂隙方位角的反演结果,(b)密度归一化弹性常数的反演结果,(c)裂隙柔量的反演结果

的有噪记录(信噪比为 1)进行反演处理的结果。图中的实线为模型参数理论值,短划虚线为反演结果,长划虚线则为随机产生的模型初值。在无噪记录反演结果中,密度归一化弹性常数的最大相对误差为 2.2%,出现在第二层;深度的最大相对误差为 7.9%,出现在第一层;裂隙柔量的最大相对误差为 12.4%,出现在第二层;而方位角的最大相对误差为 13.03%,出现在第一层。在有噪记录反演结果中,则各参数的反演精度都有不同程度的下降。其中,密度归一化弹性常数的最大相对误差为 9.6%,同无噪记录反演结果一样出现在第二层;深度的最大相对误差也同无噪记录反演结果一样出现在第一层,为 18.9%;裂隙柔量的最大相对误差出现在第一层,为 33.3%,但其最大绝对误差不超过 0.03;方位角的最大相对误差同无噪记录反演结果一样出现在第二层,为 31.14%,其较低精度的反演结果可能说明地震记录面貌对方位角的变化不甚敏感。

比较图中的参数初值和反演结果,可以很清楚地看到,坐标扰动法对初值的依赖程度是相当低的,这充分说明了该方法具有很好的全局收敛性质。

结 束 语

本文提出的坐标扰动法是一种无需计算目标函数的导数,而只需利用目标函数值本身信息的直接最优化方法,适用于各种类型的极值求解问题,且容易实现。同遗传算法相比,具有不受模型空间制约的优点。

该方法具有几乎不依赖于初值的良好的全局收敛性质,因此可以预示它将在解决包括地球物理反演在内的最优化问题方面,具有良好的应用前景。同时,也应看到,坐标扰动法同其它的直接法一样,对高维极值的求解问题,亦存在着计算速度较慢的缺点。

参 考 文 献

- 1 陈开周编著. 最优化计算方法, 西北电讯工程学院出版社, 1985
2 席少霖, 赵凤治编著. 最优化计算方法, 上海科学技术出版社, 1983
3 傅旦丹. 正交各向异性介质弹性波动方程正演及其非线性反演方法研究. 长春科技大学博士学位论文.
1998
4 鲁恩伯杰 D G 著. 线性与非线性规划引论, 科学出版社, 1980

(本文编辑:何文华)

(上接第 535 页)

参 考 文 献

- 1 石油地球物理勘探局. 地震储层横向预测技术及实例, 石油工业出版社, 1992
2 车卓吾. 复杂断块油田勘探开发中新技术的应用, 石油工业出版社, 1994
3 朱广生. 地震资料储层预测方法, 石油工业出版社, 1995

(本文编辑：聂开华)