

利用 VSP 和跨孔走时反演横向各向同性介质中的弹性常数

张文生* 何樵登

(长春地质学院地球物理系)

摘 要

张文生,何樵登. 利用 VSP 和跨孔走时反演横向各向同性介质中的弹性常数. 石油地球物理勘探, 1997,32(3):345~356

横向各向同性介质(TI)是地下各向异性介质的最常见形式,它可由五个弹性常数来描述。在这种介质中,其对称轴和垂直对称轴附近的慢度面近似为椭圆面。根据这个特点,我们提出了用 VSP 和跨孔走时联合反演横向各向同性介质中弹性常数的方法。与以往的同类方法相比,采用本文方法,可估计多层 TI 介质中任意各向异性(不仅是弱各向异性)的弹性常数,且不用求解线性代数方程组,也不用计算准 SV 波的正常时差(NMO)速度。分析表明,对强各向异性介质,往往得不到正确的准 SV 波的 NMO 速度。理论模型处理结果表明,该方法具有适用性强和精度高的特点。

主题词 各向异性介质 横向各向同性 垂直地震剖面 井间地震 旅行时 正常时差 相速度 群速度 弹性常数 反演

ABSTRACT

Zhang Wensheng and He Qiaodeng. Deriving the elastic constants of transversal isotropic medium from VSP and crosshole travel times. *OGP*, 1997, 32(3): 345~356

Transversal isotropic medium is the most typical one of subsurface anisotropic media, and it can be described with 5 elastic constants. The slowness surface near symmetric axes in the medium approximates to an elliptic surface. On the basis of this characteristic, we put forward a new method for deriving elastic constants of transversal isotropic medium from VSP and crosshole travel times. The method can be used to estimate any anisotropic elastic constants of multilayer transversal isotropic medium, without both solving for any linear algebraic equation system and computing NMO velocity of quasi SV-wave. It is shown that correct NMO velocity of quasi SV-wave often can not be obtained in strong anisotropic medium. Theoretical result says that the method is very adaptable and accurate.

Subject heading: anisotropic media, transversal isotropy, VSP, crosshole seismology,

* Zhang Wensheng, Department of Geophysics, Changchun Geology College, Changchun City, Jilin Province, 130026
本文于1996年7月12日收到,修改稿于同年9月2日收到。

travel time, normal moveout, phase velocity, group velocity, elastic constants, inversion

引言

众所周知,研究裂隙对探测和开发碳酸盐岩油气藏具有重大意义。裂隙不仅是碳酸盐岩油气藏的储存空间,也是油气运移的通道。裂隙的定向排列是各向异性的重要成因之一。正因为如此,各向异性介质中的弹性常数反演课题近年来得到了国内外许多学者的关注,在理论和应用上都有了较大的进展。

描述各向异性的一个常用模型是 TI 介质模型,它是地下各向异性的最常见形式。这种介质的弹性常数反演已有多位学者研究过。White 等(1983)^[1]用 VSP 走时估计了均匀 TI 介质中的弹性常数。他们采用地表激发在相邻两井中观测的方式,由观测到的走时直接算出垂向速度和水平速度,再用拟合方法进一步求出 5 个弹性常数。Hake 等(1984)^[2]用三项泰勒级数来近似层状 TI 模型中的走时曲线,这种近似当炮检距较大时会带来很大误差。研究表明, TI 中 qP 波的 t^2-x^2 的曲线凸形部分向上, qSV 波的 t^2-x^2 曲线凸形部分向下。当炮检距较大时,用 t^2-x^2 曲线来估计深度和垂直慢度会有较大误差。Winsterstein 和 Paulsson(1990)^[3]由 VSP 和跨孔测量估计了速度随深度线性变化介质中的弹性常数。Byun 和 Corrigan(1990)^[4]提出了走时反演方法。反演从上至下逐层进行,每层反演出 5 个弹性常数,但实际数据计算的结果表明,反演误差有积累效应,即随反演层数的增加而增加。Sena(1991)^[5]推导了方位各向同性和各向异性的走时解析表达式,并用其反演了弹性参数和裂隙方位。其走时表达式是在弱各向异性条件下得出的,该式与 3 种速度即垂向、斜向和水平速度有关。反演首先要估计这三种速度,然后由这三种速度来估计弹性常数。由方位各向异性介质,还可算出水平对称轴对地震测线的方位,从而可用两条非相交的地震测线估计出各层的水平对称轴的方位。周辉等(1995)^[6]通过拟合 qP 波和 qSH 波的 VSP 走时来反演 5 个弹性常数,拟合使用了遗传算法。Michelena 等(1993)^[7]在水平和垂直轴处用椭圆拟合了 qP 波和 qSV 波的慢度面。椭圆拟合的两个参数与弹性常数有关。为求此两个参数,需求解水平慢度和垂直慢度。当测量张角不大时,估计这两个慢度的方程组的系数矩阵条件数很大,这与各向同性介质中的跨孔走时成像相类似,给问题的求解增大了难度。Michelena(1994)^[8]研究了小张角观测时弹性常数的估计方法,并指出弹性常数与四种速度参数有关:两种是沿轴向的直达波速度,另两种则是在某方向上展开排列时由不同的旅行时和不同距离而得到的正常时差速度。然而, qSV 波的正常时差速度难以求准,特别是当介质有较强的各向异性时。这里,我们避开使用该量,仅使用 qP 波的垂向正常时差速度来反演弹性常数。

文中还将该方法推广到了多层 TI 介质的情形,并用拟合法来拟合地表的观测走时,反演中无须求解线性代数方程组。

相速度和群速度

横向各向同性介质可用 5 个弹性常数 C_{11} 、 C_{13} 、 C_{33} 、 C_{44} 、 C_{66} 来描述。沿用 Thomsen(1986)^[9]

使用的记号

$$\left\{ \begin{aligned} \alpha_0 &= \sqrt{C_{33}/\rho} & \beta_0 &= \sqrt{C_{44}/\rho} \\ \epsilon &= \frac{C_{11} - C_{33}}{2C_{33}} & \gamma &= \frac{C_{66} - C_{44}}{2C_{44}} \\ \delta &= \frac{(C_{13} + C_{44})^2 - (C_{33} - C_{44})^2}{2C_{33}(C_{33} - C_{44})} \end{aligned} \right. \quad (1)$$

式中, ρ 是介质的密度。各向异性介质中相速度不等于群速度(射线速度), 传播方向也不相同。TI 介质中 qP、qSV 和 qSH 波的相速度分别为^[1]

$$V_{\text{qP}}^2 = (P + Q)/2\rho \quad (2)$$

$$V_{\text{qSV}}^2 = (P - Q)/2\rho \quad (3)$$

$$V_{\text{qSH}}^2 = (C_{66}\sin^2\theta + C_{44}\cos^2\theta)/\rho \quad (4)$$

其中 θ 是从垂直轴起算的相位角, P 、 Q 分别为

$$P = C_{11}\sin^2\theta + C_{33}\cos^2\theta + C_{44} \quad (5)$$

$$Q = \{[(C_{33} - C_{44})\cos^2\theta - (C_{11} - C_{44})\sin^2\theta]^2 + (C_{13} + C_{44})^2\sin^2 2\theta\}^{\frac{1}{2}} \quad (6)$$

群速度没有一般形式的解析表达式, 与相速度的关系为^[10]

$$\left\{ \begin{aligned} V(\theta) &= V(\phi)\cos(\phi - \theta) \\ \text{tg}(\phi - \theta) &= \frac{1}{V(\theta)} \frac{dV(\theta)}{d\theta} \\ V^2(\phi) &= V^2(\theta) + \left(\frac{dV(\theta)}{d\theta} \right)^2 \end{aligned} \right. \quad (7)$$

式中: ϕ 为相位角; $V(\phi)$ 为相速度。当介质为弱各向异性时, 三种波的群速度有如下的统一形式^[9]

$$V^{-2}(\phi) = a_0 + a_1\sin^2\phi + a_2\sin^4\phi \quad (8)$$

系数 a_0 、 a_1 、 a_2 对三种波形有不同的形式, 均可由式(1)中的 5 个参数表示并计算。Byun 等(1989)^[11]和 Byun, Corrigan(1990)^[4]指出, 上面的群速度公式, 即使对中等各向异性介质, 在较大的角度范围内也成立。

正常时差(NMO)速度

各向异性介质中的正常时差速度的平方定义为 t^2 - x^2 曲线的起始斜率^[12], 即 $V_{\text{NMO}}^2 = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{d^2x}{dt^2} \right)$ 。I. Tsvankin(1995)^[12]导出了单层倾斜均匀各向异性介质的正常时差速度为

$$V_{\text{NMO}}(\phi) = \frac{V_\phi(\theta)}{\cos\phi} \frac{\sqrt{1 + \frac{1}{V_\phi(\theta)} \frac{d^2V}{d\theta^2}}}{1 - \frac{\text{tg}\phi}{V_\phi(\theta)} \frac{dV}{d\theta}} \quad (\theta \rightarrow 0) \quad (9)$$

式中: ψ 为地层倾角; $V_\psi(\theta)$ 为相位速度。当地层水平, 即 $\psi=0$ 时, 可得三种波的 NMO 速度(见附录 A)

$$\begin{cases} V_{qP,NMO} = \alpha_0 \sqrt{1+2\delta} \\ V_{qSV,NMO} = \beta_0 \left[1 + 2 \frac{\alpha_0^2}{\beta_0^2} (\epsilon - \delta) \right]^{\frac{1}{2}} \\ V_{qSH,NMO} = \beta_0 \sqrt{1+2\gamma} \end{cases} \quad (10)$$

对 qSH 波, t^2-x^2 曲线与各向同性介质中的情况一致, 为直线。对弱各向异性介质, 忽略 ϵ, δ, γ 的二次项, 式(10)可近似为

$$\begin{cases} V_{qP,NMO} = \alpha_0 (1 + \delta) \\ V_{qSV,NMO} = \beta_0 \left[1 + \frac{\alpha_0^2}{\beta_0^2} (\epsilon - \delta) \right] \\ V_{qSH,NMO} = \beta_0 (1 + \gamma) \end{cases} \quad (11)$$

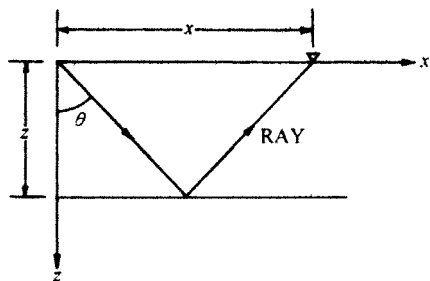
TI 介质中的走时计算及拟合公式

考虑一个水平分界面的情况, 如图 1 所示, 源检距为 x , 界面深度为 z , 则其反射时为^[5]

$$t^2 = \frac{4z^2}{V_V^2} + \left[\frac{z^2}{V_Y^2} + \frac{x^2}{4V_H^2} \right] \frac{4x^2}{x^2 + 4z^2} \quad (12)$$

式中 V_V, V_Y, V_H 分别为垂向、斜向和水平方向的速度(多层时为平均效应)。这三种速度对不同的波有不同的表达式, 对 qP 波^[5]为

$$\begin{cases} V_V^2 = \alpha_0^2 \\ V_Y^2 = \alpha_0^2 (1 + 2\delta) \\ V_H^2 = \alpha_0^2 (1 + 2\epsilon) \end{cases} \quad (13)$$



对 qSV 波为

$$\begin{cases} V_V^2 = \beta_0^2 \\ V_Y^2 = \beta_0^2 \left[1 + 2 \frac{\alpha_0^2}{\beta_0^2} (\epsilon - \delta) \right] \\ V_H^2 = \beta_0^2 \end{cases} \quad (14)$$

图 1 一个水平界面的反射示意图
式^[13]计算

对多层水平 TI 介质, qP 波的反射时可由下

$$t^2 = t_0^2 + A_2 x^2 + \frac{A_4 x^4}{1 + A^* x^2} \quad (15)$$

式中: t_0 为双程垂直反射时; A_2, A_4, A^* 均可由式(1)中的参数计算。分母 $1 + A^* x^2$ 可看作是通常泰勒级数近似计算走时的校正项。我们将式(15)计算结果(七层水平模型)与射线追踪结果作比较时发现, 式(15)的结果在大炮检距处仍有很高的精度。因此, 可由式(15)计算多层水平 TI 介质 qP 波的反射时间, 这样可以节省计算时间。对于 qSV 波, 没有类似的走时校正公式, 我们仍采用射线追踪的方法计算其反射时间, 所用公式为式(7)。计算时, 注意射线参数在射线的整个传播过程中保持不变。

至此,我们已得到了走时正演计算方法。如果有了地面的反射时数据,则用拟合法来拟合走时,便可求得速度 V_V 、 V_Y 和 V_H 。在 $x \ll 2z$ 的情况下由式(12)得

$$\begin{aligned} t^2 &= \frac{4z^2}{V_V^2} + \left[\frac{z^2}{V_Y^2} + \frac{x^2}{4V_H^2} \right] \frac{x^2}{z^2(1+x^2/4z^2)} \\ &\approx \frac{4z^2}{V_V^2} + \frac{x^2}{z^2} \left[\frac{z^2}{V_Y^2} + \frac{x^2}{4V_H^2} \right] \left[1 - \frac{x^2}{4z^2} \right] \\ &\approx \frac{4z^2}{V_V^2} + \frac{x^2}{V_Y^2} + \frac{x^4}{4z^2} \left[\frac{1}{V_H^2} - \frac{1}{V_Y^2} \right] \end{aligned} \quad (16)$$

在实际计算过程中,为了防止运算溢出, x^2 用 $x^2 - \bar{x}^2$ 代替,其中 $\bar{x}^2 = \sum_{i=1}^n \frac{x_i^2}{n}$ 。这样,若多项式拟合后的系数为 a_0 、 a_1 、 a_2 ,则计算 V_V^2 、 V_Y^2 和 V_H^2 的公式为

$$\begin{cases} V_V^2 = 4z^2/(a_0 - a_1\bar{x}^2 + a_2\bar{x}^4) \\ V_Y^2 = 1/(a_1 - 2a_2\bar{x}^2) \\ V_H^2 = 1/(a_1 - 2a_2\bar{x}^2 + 4a_2z^2) \end{cases} \quad (17)$$

上式成立的条件是 $x^2/4z^2$ 很小。但计算表明,对 qP 波,即便使用了 $x > 2z$ 的数据,也能很好地拟合。由拟合所得的 V_V 和 V_H 可用于估计弹性常数。

TI 介质中的慢度面椭圆近似及弹性常数反演

我们将对式(2)、(3)分别在 $\theta \approx 0$ 和 $\theta \approx \pi/2$ (近对称轴和垂直对称轴)处展开。从展开后的结果可以看出,在近轴处,qP 和 qSV 波的慢度面近似为椭圆,这就是椭圆近似。这种展开方法^{[7]、[8]、[14]、[16]}并不新颖,新颖的是如何进行反演。

在垂直轴附近($\theta \approx 0$)的近似

由式(6)可得

$$\begin{aligned} Q &= [(C_{33} - C_{44})\cos^2\theta - (C_{11} - C_{44})\sin^2\theta] \left[1 + \frac{4(C_{13} - C_{44})^2(1 - \sin^2\theta)\sin^2\theta}{[(C_{33} - C_{44})\cos^2\theta - (C_{11} - C_{44})\sin^2\theta]} \right]^{\frac{1}{2}} \\ &\approx [(C_{33} - C_{44})\cos^2\theta - (C_{11} - C_{44})\sin^2\theta] + \frac{2(C_{13} + C_{44})^2\sin^2\theta}{C_{33} - C_{44}} \end{aligned} \quad (18)$$

将上式代入式(2),得 qP 波在垂直轴附近的相速度公式^{[7]、[8]}

$$V_{qP,z}^2(\theta) = V_{qP,z}^2\cos^2\theta + V_{qP,xNMO}^2\sin^2\theta \quad (19)$$

式中

$$V_{qP,z}^2 = \alpha_0^2 \quad (20)$$

$$V_{qP,xNMO}^2 = \frac{C_{13}^2 + C_{33}C_{44} + 2C_{13}C_{44}}{\rho(C_{33} - C_{44})} \quad (21)$$

由式(20)知, $V_{qP,z}^2$ 为垂向 qP 波的相速度。由式(11)中的第一式得

$$\begin{aligned} V_{qP,NMO}^2 &= \alpha_0^2(1 + \delta)^2 \approx \alpha_0^2 + \alpha_0^2 2\delta \\ &= C_{33}/\rho + (C_{13} + 2C_{44} - C_{33})(C_{13} + C_{33})/[\rho(C_{33} - C_{44})] \end{aligned}$$

$$= (C_{13}^2 + C_{33}C_{44} + 2C_{13}C_{44})/\rho(C_{33} - C_{44})$$

比较上式与式(21)可知, $V_{qP,xNMO}$ 为 qP 波的 NMO 速度。因通常排列是沿地表水平排列的, 故将其称为水平 qP 波的 NMO 速度。

若将式(18)代入式(3), 则得 qSV 波在近对称轴处的相速度公式

$$V_{qSV,z}^2(\theta) = V_{qSV,z}^2 \cos^2 \theta + V_{qSV,xNMO}^2 \sin^2 \theta \quad (22)$$

式中

$$V_{qSV,z}^2 = \beta_0^2 \quad (23)$$

$$V_{qSV,xNMO}^2 = \frac{C_{11}(C_{33} - C_{44}) - (C_{13} + C_{44})^2}{\rho(C_{33} - C_{44})} \quad (24)$$

$V_{qSV,z}$ 为垂向 qSV 波的相速度。同理, $V_{qSV,xNMO}$ 称为水平 qSV 波的 NMO 速度。

在水平轴附近 ($\theta \approx \pi/2$) 的近似

按照与前述相同的方法, 可得 qP 波在近水平轴处的相速度^{[7],[8]}为

$$V_{qP,x}^2(\theta) = V_{qP,x}^2 \sin^2 \theta + V_{qP,zNMO}^2 \cos^2 \theta \quad (25)$$

式中

$$V_{qP,x}^2 = C_{11}/\rho \quad (26)$$

$$V_{qP,zNMO}^2 = \frac{C_{44}C_{11} + C_{13}^2 + 2C_{13}C_{44}}{\rho(C_{11} - C_{44})} \quad (27)$$

$V_{qP,x}$ 为水平 qP 波的相速度, $V_{qP,zNMO}$ 为垂向 qP 波的正常时差速度。qSV 波在近水平轴处的相速度也可类似得到, 此处略。

弹性常数的反演

由于 qSV 波的 NMO 速度不易求准, 这里我们不用该信息来反演弹性常数, 而采用式(20)、(26)、(23)、(27)等四式联立求解, 得到

$$\begin{cases} C_{33} = V_{qP,z}^2 \rho \\ C_{11} = V_{qP,x}^2 \rho \\ C_{44} = V_{qSV,z}^2 \rho \\ C_{13} = [(V_{qP,zNMO}^2 - V_{qSV,z}^2)(V_{qP,x}^2 - V_{qSV,z}^2)]^{\frac{1}{2}} \rho - V_{qSV,x}^2 \rho \end{cases} \quad (28)$$

对多层 TI 介质, 可逐层反演, 具体步骤为:

(1) 可由第 n 层的 qP 波垂直走时 t_0 求出第 n 层的 $C_{33}^{(n)}$ 。第 n 层的 qP 波垂向速度由下式

$$V_{qP,z}^{(n)} = (z_n - \sum_{i=1}^{n-1} V_{qP,z}^{(i)} t_i) / (t_0 - \sum_{i=1}^{n-1} t_i) \quad (29)$$

计算。其中: t_i 为第 i 层的单程垂直走时; $V_{qP,z}^{(i)}$ 为第 i 层的垂向 qP 波速度。于是由式(28)中第一式便可求出 $C_{33}^{(n)}$ 。

(2) 由第 n 层的 qSV 波的垂直走时 τ_0 求出第 n 层的 $C_{44}^{(n)}$ 。第 n 层的 qSV 波垂向速度由

$$V_{qSV,z}^{(n)} = (z_n - \sum_{i=1}^{n-1} V_{qSV,z}^{(i)} \tau_i) / (\tau_0 - \sum_{i=1}^{n-1} \tau_i) \quad (30)$$

计算。其中 τ_i 为第 i 层内 qSV 波的单程垂直走时; $V_{qSV,z}^{(i)}$ 是第 i 层的垂向 qSV 波的速度; z_n 为第 n 层反射界面的深度。然后再由式(28)中第三式求出 $C_{44}^{(n)}$ 。

(3) $C_{11}^{(n)}$ 和 $C_{13}^{(n)}$ 仍可由式(28)中第 2、4 两式求出,其中的 $V_{qP,zNMO}$ 可由第 n 层内的跨孔走时算出。至于步骤(1)、(2)中的 t_0 和 τ_0 则可从零井源距的 VSP 数据中得到。若不能得到零井源距数据,则可通过对有井源距的一系列走时进行拟合而得到平均垂向速度等(如前已述),然后再由深度得到 t_0 和 τ_0 。

数值计算

TI 介质的 NMO 速度计算

首先要计算 TI 介质中的反射时间。单层横向各向同性介质的反射时可用式(12)、(13)、(14)计算,设计的弹性常数见表 1。表 1 为三种各向异性材料,各向异性强度 S ($S = \left(V_{qP} \left(\frac{\pi}{2} \right) - \alpha_0 \right) / \alpha_0$) 分别为 0.06、0.17、0.22。运算过程中 qSH 波的 t^2-x^2 曲线始终为直线^[2],为简单起见,对 qSH 波的走时暂不作考虑,因此下文也不对 C_{66} 进行反演。qP、qSV 波的 t^2-x^2 曲线由前述方法计算,对这三种介质计算的结果分别如图 2、图 3、图 4 所示。由图中曲线可算出 NMO 速度。有关三种介质不同炮检距处的 NMO 速度计算值如表 2 所示。由式(10)、(11)算出的 NMO 速度的理论值,也列于表 2 中。由表 2 可知,对 qP 波,其 NMO 速度估计值有较高的精度,即使对强各向异性的第三种介质,当 $x/z=1.04$ 时,与理论值的误差也不超过 4%,若 x/z 减小,误差会更小。对于 qSV 波,当各向异性较强时,得不到 NMO 速度;而对各向异性较弱的第一种介质,所得结果的误差也很大,可达 43.51%。实际上,由 qSV 波的 t^2-x^2 曲线可知,当各向异性较强时,小炮检距处曲线呈凹形,不能通过其斜率得到 NMO 速度;而当炮检距较大时,所得的 NMO 速度误差又很大。这就是本文为何要避免使用 qSV 波 NMO 速度信息的原因。

表 1 三种 TI 介质的弹性参数

模 型	S	C_{33}	C_{44}	C_{13}	C_{11}
1	0.06	32.400	10.251	12.400	36.556
2	0.17	21.060	6.784	8.060	30.3459
3	0.22	17.369	5.631	6.644	28.5760

注: $\rho=2.6\text{g/cm}^3$; 弹性参数的单位为 10^9Pa ; S 为各向异性强度。

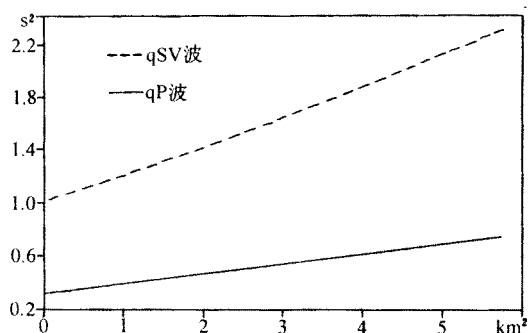


图 2 介质 1 的 qP 波、qSV 波 t^2-x^2 曲线

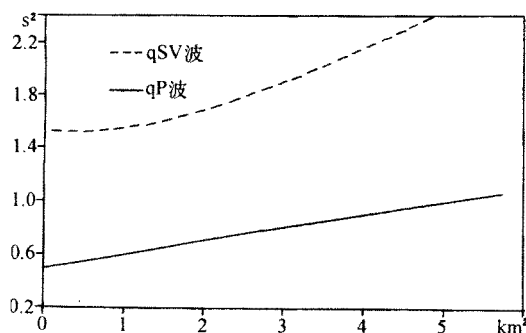


图 3 介质 2 的 qP 波、qSV 波 t^2-x^2 曲线

对于多层情况,其 qP 波反射时可由式(15)解析计算,qSV 波则用射线追踪法计算,结论类似,此处从略。

表 2 三种 TI 介质在不同 x/z 时算得的 V_{NMO} 速度与理论值的比较

波型	介质序号	V_{NMO} 计算值			V_{NMO} 理论值	最大误差 %
		$x/z=0.16$	$x/z=0.56$	$x/z=1.04$		
qP	1	3.58522	3.59340	3.61821	3.58498	0.93
	2	2.92577	2.95217	3.01034	2.92329	2.98
	3	2.66812	2.70007	2.77151	2.66513	3.99
qSV	1	2.38078	2.34677	2.27941	4.03478	43.51
	2	—	—	6.76066	4.21934	60.23
	3	—	—	—	4.32118	

注:表内“—”表示得不到 NMO 速度, V_{NMO} 的单位为 km/s。

单层和多层 TI 介质弹性常数的反演

多层 TI 介质的数据采集方式如图 5 所示。假定各层的深度已知,在井 1 中依次于各界面处放置震源,在地面和井 2 中放置检波器观测。在井 2 中的接收可针对某一目的层进行。由地表观测的走时,可直接算出(用零炮检距走时)或拟合出(用非零炮检距走时)垂向速度。由井 2 中的 qP 波走时,可算出 qP 波的垂向 NMO 速度和水平速度。

下面先考虑单层,然后再考虑多层:

(1) 设描述单层 TI 介质的 4 个弹性常数分别为 $C_{11}/\rho=5.091$, $C_{33}/\rho=3.683$, $C_{13}=2.887$, $C_{44}=0.4330$, 单位为 km^2/s^2 。如前所述,为简便起见,不考虑 C_{66} 的反演,它可由 qSH 波的水平 NMO 速度反演出来,而从 t^2-x^2 (qSH 波为直线)估计 qSH 波的 NMO 速度精度是极高的。图 6

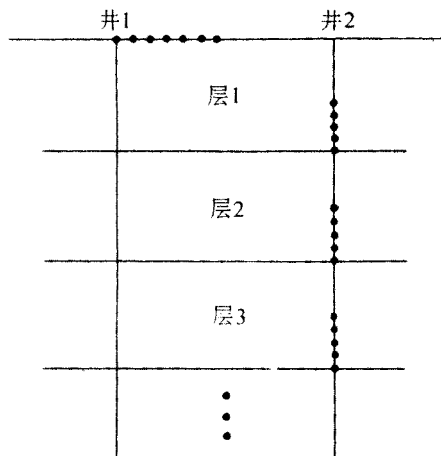


图 5 多层 TI 介质走时数据采集方式示意图

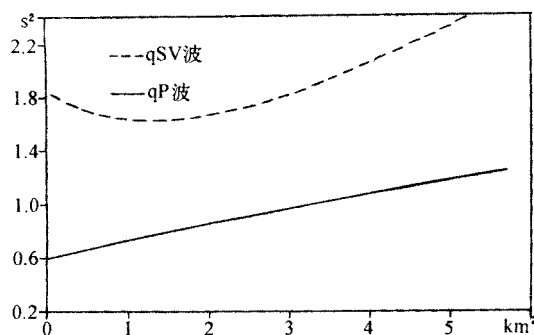


图 4 介质 3 的 qP 波、qSV 波 t^2-x^2 曲线

6 是 qP 波与 qSV 波的相慢度面,其中图 6a 是真正的慢度面(实线)及其垂直轴处的椭圆近似(虚线),图 6b 是水平轴附近的椭圆近似。由图 6 可知,垂直轴的水平轴附近的 qP 波和 qSV 波的慢度面近似为椭圆,这说明式(19)~(27)是正确的。用式(28)式进行反演时,若垂向和水平的 qP 波、qSV 波走时无误差,则反演出的弹性常数 C_{11} 、 C_{33} 、 C_{44} 的误差极小,最大仅为 $1.060 \times 10^{-5} \%$,这可归结为计算误差。 C_{13} 值因受 qP 波 NMO 速度的影响,小炮检距的 NMO 速度值要比大炮检距

时计算结果更精确。由 5 个角度(相位角) 2° 、 10° 、 20° 、 30° 、 40° 的 qP 波 NMO 速度计算所得的 C_{13} 的误差分别为 $1.553 \times 10^{-2}\%$ 、 0.1352% 、 0.5355% 、 1.189% 和 2.053% 。

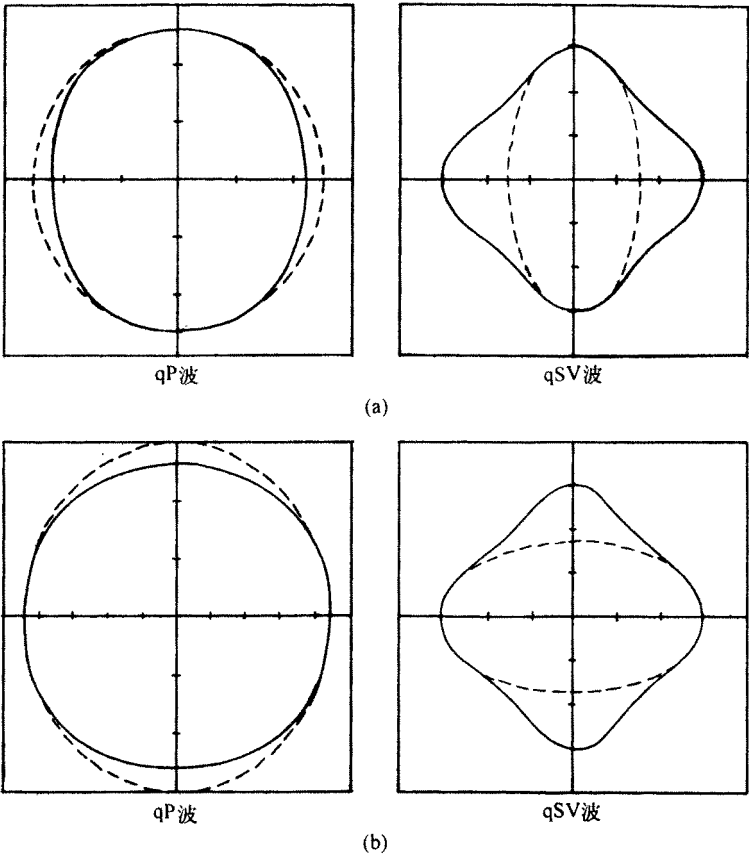


图 6 垂直轴处(a)和水平轴处(b)qP 波与 qSV 波慢度面的椭圆近似
图中实线为慢度面;虚线为椭圆近似

(2)设计一个六层 TI 介质,其弹性常数见表 3,各向异性强度从浅至深逐渐增加。由式(28)、(29)、(30)所得的反演结果见表 4。注意该结果已对观测走时加了 0.1% 的均匀分布的误差,所用走时的最大射线角为 37.6° 。

表 3 六层 TI 介质的弹性参数

模 型	S	C_{33}	C_{44}	C_{13}	C_{11}
1	0.02	39.690	12.418	15.186	41.378
2	0.04	36.097	11.353	13.819	38.904
3	0.06	32.400	10.251	12.400	36.556
4	0.09	28.632	9.116	10.954	34.342
5	0.12	24.835	7.949	9.509	32.272
6	0.17	21.060	6.784	8.060	30.345

注: $\rho=2.6\text{g}/\text{cm}^3$;弹性参数的单位为 10^9Pa ; S 为各向异性强度。

表 4 六层 TI 介质的弹性参数的反演结果

 10^9Pa

模 型	C_{33}	C_{44}	C_{13}	C_{11}
1	39.7515	12.4196	15.4333	41.3638
2	36.1529	11.3544	14.2256	38.8906
3	32.4502	10.2523	12.9889	36.5434
4	28.6764	9.1171	11.7223	34.3302
5	24.8735	7.9500	10.4252	32.2609
6	21.0926	6.7849	9.0515	30.3346

结 束 语

通过以上的研究,我们可以得出以下结论:

(1)在反射体深度、密度资料已知的情况下,由 VSP 和跨孔走时可估计多层横向各向同性介质中的弹性常数。它需要 qP 波和 qSV 波的 VSP 走时及 qP 波的跨孔走时数据,由 VSP 数据可直接算出或拟合出垂向速度、水平速度和斜向速度;由跨孔数据可得水平速度和 qP 波垂向 NMO 速度。反演精度主要与走时误差大小有关,走时越精确,结果也越精确。同时与炮检距也有一定的关系。理论研究表明,采用小炮检距($x < 0.5z$)的走时反演更精确,可见在野外采用小炮检距观测是有利的。多层反演对弹性常数 C_{11} 、 C_{44} 、 C_{13} 无误差积累效应,对 C_{33} 误差积累也不明显。

(2)分析表明,通常 TI 介质中的 qSV 波 NMO 速度求取精度不高,特别是对各向异性较强的介质,甚至不能从 t^2-x^2 曲线求得。qP 波的 NMO 速度则不然,即使对强各向异性介质,在 $x \approx z$ 时,仍有较高的精度。为此,我们反演 qP 波的 NMO 速度。如果炮检距减小,则从 t^2-x^2 曲线估算出的 qP 波的 NMO 速度精度更高。所以,该方法可适用于任意各向异性强度的 TI 介质的反演。

(3)和各向同性一样,由于跨孔中观测张角的限制,各向异性成像中求解问题的线性代数方程组也是病态的,但本方法并不涉及这种线性方程组的求解,完全避开了这个困难。与通常的 VSP 走时反演相比,该方法无误差积累效应(除 C_{33} 外),因此精度较高。

(4)尽管这里处理的是均匀介质,但对非均匀 TI 介质也完全适用。至于 C_{66} 的反演,由式(4)知,可由 qSH 波的水平向($\theta = \pi/2$)走时得到。

参 考 文 献

- 1 White J E, Martineau-Nicoletis L and Monash C. Measured anisotropy in Pierre shale. *Geophysical Prospecting*, 1983, 31(5):709~725
- 2 Hake H, Helbig K and Mesday C S. Three-term Taylor series for t^2-x^2 -curves of P-and S-waves over layered transversely isotropic ground. *Geophysical Prospecting*, 1984, 32(5):828~850
- 3 Winterstein D F and Paulsson B N P. Velocity anisotropy in shale determined from crosshole seismic and vertical seismic profile data. *Geophysics*, 1990, 55(4):470~479
- 4 Byun B S and Corrigan D. Seismic traveltime inversion for transverse isotropy. *Geophysics*, 1990, 55(2):

- 192~200
- 5 Sena A G. Seismic traveltime equations for azimuthally anisotropic and isotropic media; estimation of interval elastic properties. *Geophysics*, 1991, 56(12): 2090~2101
 - 6 周辉, 何樵登. 横向各向同性介质走时反演. *石油物探*, 1995, 34(3): 63~68
 - 7 Michelena R J, Muir F and Harris J M. Anisotropic traveltime tomography. *Geophysical Prospecting*, 1993, 41(4): 381~412
 - 8 Michelena R J. Elastic constants of transversely isotropic media from constrained aperture traveltimes. *Geophysics*, 1994, 59(4): 658~667
 - 9 Thomsen L. Weak elastic anisotropy. *Geophysics*, 1986, 51(10): 1954~1966
 - 10 Byun B S. Seismic parameters for transversely isotropic media. *Geophysics*, 1984, 49(11): 1908~1914
 - 11 Byun B S, Corrigan D and Gaiser J E. Anisotropic velocity analysis for lithology discrimination. *Geophysics*, 1989, 54(12): 1564~1574
 - 12 Tsvankin I. Normal moveout from dipping reflectors in anisotropic media. *Geophysics*, 1995, 60(2): 268~284
 - 13 Tsvankin I and Thomsen L. Nonhyperbolic reflection moveout in anisotropic media. *Geophysics*, 1994, 59(8): 1290~1304
 - 14 Levin F K. Seismic velocities in transverse isotropic media. *Geophysics*, 1979, 44(5): 918~936
 - 15 Levin F K. Seismic velocities in transverse isotropic media. *Geophysics*, 1980, 45(1): 3~17

附 录 A

TI 介质中三种波的 NMO 速度的推导

当地层水平时, $\psi=0$, 由正文中式(9)得

$$V_{\text{NMO}} = \lim_{\theta \rightarrow 0} V(\theta) \sqrt{1 + \frac{1}{V(\theta)} \frac{d^2 V}{d\theta^2}} \quad (\text{A-1})$$

其中 $V(\theta)$ 为地层水平时的相速度。对应 qP 波、qSV 波和 qSH 波的相速度表达式由正文中式(2)~(6)给出。先考虑 qP 波, 对正文中式(2)两端微分两次, 整理可得

$$\frac{d^2 V_{\text{qP}}}{d\theta^2} = \frac{1}{4\rho V_{\text{qP}}} \left[\left(\frac{d^2 P}{d\theta^2} - \frac{1}{V_{\text{qP}}} \frac{dP}{d\theta} \right) + \left(\frac{d^2 Q}{d\theta^2} - \frac{1}{V_{\text{qP}}} \frac{dQ}{d\theta} \right) \right] \quad (\text{A-2})$$

对 qSV 波, 同理由式(3)可得

$$\frac{d^2 V_{\text{qSV}}}{d\theta^2} = \frac{1}{4\rho V_{\text{qSV}}} \left[\left(\frac{d^2 P}{d\theta^2} - \frac{1}{V_{\text{qSV}}} \frac{dP}{d\theta} \right) - \left(\frac{d^2 Q}{d\theta^2} - \frac{1}{V_{\text{qSV}}} \frac{dQ}{d\theta} \right) \right] \quad (\text{A-3})$$

对 qSH 波, 将式(4)微分两次得

$$\frac{d^2 V_{\text{qSH}}}{d\theta^2} = \frac{C_{66} - C_{44}}{\rho V_{\text{qSH}}} \left(\cos 2\theta - \frac{\sin 2\theta}{V_{\text{qSH}}} \right) \quad (\text{A-4})$$

式(A-2)、(A-3)中 P 、 Q 的一阶、二阶导数可由正文中式(5)、(6)求得, 经计算为

$$\begin{cases} \frac{dP}{d\theta} = (C_{11} - C_{33})\sin 2\theta \\ \frac{d^2 P}{d\theta^2} = 2(C_{11} - C_{33})\cos 2\theta \\ \frac{dQ}{d\theta} = \frac{M_2}{M_1} \\ \frac{d^2 Q}{d\theta^2} = \frac{(M_3 + M_4 + M_5)M_1 - M_6 M_2}{M_1^3} \end{cases} \quad (\text{A-5})$$

式中

$$\begin{cases} M_1 = \{[(C_{33} - C_{44})\cos^2\theta - (C_{11} - C_{44})\sin^2\theta]^2 + (C_{13} + C_{44})^2\sin^2 2\theta\}^{\frac{1}{2}} \\ M_2 = [(C_{33} - C_{44})\cos^2\theta - (C_{11} - C_{44})\sin^2\theta](2C_{44} - C_{11} - C_{33})\sin 2\theta + (C_{13} + C_{44})^2\sin 4\theta \\ M_3 = (2C_{44} - C_{11} - C_{33})^2\sin^2 2\theta \\ M_4 = 2[(C_{33} - C_{44})\cos^2\theta - (C_{11} - C_{44})\sin^2\theta](2C_{44} - C_{11} - C_{33})\cos 2\theta \\ M_5 = 4(C_{13} + C_{44})^2\cos 4\theta \\ M_6 = [(C_{33} - C_{44})\cos^2\theta - (C_{11} - C_{44})\sin^2\theta](2C_{44} - C_{11} - C_{33})\sin 2\theta + (C_{13} + C_{44})^2\sin 4\theta \end{cases} \quad (\text{A-6})$$

将正文中式(2)和式(A-5)、(A-6)代入式(A-2),再由式(A-1)可得 qP 波的 NMO 速度

$$V_{\text{qP,NMO}} = \alpha_0 \sqrt{1 + 2\delta} \quad (\text{A-7})$$

将正文中式(3)和式(A-5)、(A-6)代入式(A-3),再由式(A-1)得到 qSV 波的 NMO 速度

$$V_{\text{qSV,NMO}} = \beta_0 \left[1 + 2 \frac{\alpha_0^2}{\beta_0^2} (\epsilon - \delta) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (\text{A-8})$$

将正文中式(4)和式(A-4)代入式(A-1),可得 qSH 波的 NMO 速度

$$V_{\text{qSH,NMO}} = \beta_0 \sqrt{1 + 2\gamma} \quad (\text{A-9})$$

式(A-7)~(A-9)就是正文中式(10)的三个式子,推导完毕。