

薄互层等效横向各向同性的研究

徐果明* 李 跃 倪四道 王汉标

(中国科学技术大学地球和空间科学系)

摘 要

徐果明,李跃,倪四道,王汉标. 薄互层等效横向各向同性的研究. 石油地球物理勘探, 1996, 31(6):792~805

当由各向同性介质组成的薄互层各层的层厚均远小于地震波的波长时,薄互层会表现出等效横向各向同性。本文发展了横向各向同性介质中波传播的矩阵方法,并利用传播矩阵分别计算了波通过各向同性和等效横向各向同性介质的反射、透射理论地震图。通过比较两者计算的结果,认为对于垂直或接近于垂直入射的情况下各向同性介质中的传播矩阵方法对薄互层仍然适用,同时也证实了薄互层的等效横向各向同性。对斜入射时,两者不完全相符。

主题词 薄互层 横向各向同性 传播矩阵 垂直入射

ABSTRACT

Xu Guoming, Li Yue, Ni Sidao and Wang Hanbiao. Research on equivalent azimuthal isotropy of thin interbed medium. OGP, 1996, 31(6):792~805

Thin interbeds may have equivalent azimuthal isotropy when the thickness of each isotropic thin interbed is much smaller than wave length. We advance the propagation matrix method that is suitable to azimuthal isotropic medium. The theoretical reflected seismograms and transmitted seismograms are synthesized respectively by using propagation matrix method in isotropic medium and that in equivalent azimuthal isotropic medium. The comparison between the corresponding synthetic seismograms leads to the conclusion; when incident rays are vertical or nearly vertical, propagation matrix method in isotropic medium is also suitable to thin interbed medium, and the equivalent azimuthal isotropy of thin interbed exists really; when incident rays are oblique, the synthetic seismograms offered by two different methods differ from each other.

Subject heading: thin interbed, azimuthal isotropy, propagation matrix, vertical incidence

引 言

很早以前,许多地球物理学家^{[5],[6],[7]}就已指出,在由各向同性介质薄层组成的地层中,若地震波的波长远远大于薄层的厚度,则可等效为均匀横向各向同性介质构成的地层,即具有一

* Xu Guoming, Department of Earth and Space Sciences, China University of Science and Technology, Hefei City, Anhui Province, Postcode: 230026

本文于 1995 年 10 月 30 日收到,修改稿于 1996 年 6 月 19 日收到。

本项目由国家自然科学基金会、中国科学院、石油天然气总公司、大庆石油管理局联合资助。

个对称轴的介质。对于每个薄层都是横向各向同性介质,且对称轴均垂直于层面的情形,Backus^[2]给出一个求取等效各向异性弹性参数的通用公式。同时,他还证明了横向各向同性介质如果能分解成由薄层介质的组合,那么最多需要三种不同的各向同性薄层。

横向各向同性介质中的波的传播特征以前很少引起人们的注意。当意识到各向异性介质对于由地震激发的弹性波有重要意义时,就涌现出一大批文章。Crampin^{[8]、[9]}研究了地震面波在多层各向异性介质中的传播特性。Schlue^[10]给出了一个面波方位各向异性的物理模型。Daley 和 Hron^[11]计算了两种横向各向同性介质在平界面的反、透射系数,他们用零阶近似的渐近射线理论得到了反、透射系数公式的表达式。Keith 和 Crampin^{[12]、[13]}研究了各向异性介质中的体波,包括:各向异性介质中体波的特征;体波在平界面的反、透射;体波传播经过一个各向异性层的结果和体波在简单平行层地球模型(包含一个各向异性层)中的理论传播地震图。Levin^[14]计算了两层组合而成的横向各向同性介质中准 P、SV、SH 波的速度。Crampin^[15]和 Thomsen^[16]详细讨论了弱各向异性(小于 10%~20%)介质中体波的传播问题。

我国的陆相石油储层不少是由砂、泥岩薄互层构成的,且砂岩和围岩的薄层厚度远小于地震波的波长,从而导致地震波在其中传播呈现出各向异性。这样就给勘探地震学中利用各向同性假定来作正演和处理带来困难。但是这种困难在一般地震勘探中却很少遇到,主要有以下两个方面的原因:①据 Jolly 的工作^[17],横波的各向异性(SV、SH 波)比纵波(P 波)明显,而目前反射地震勘探中一般仅用纵波;②在地震勘探中,大部分观测都沿着与对称轴角度不大的射线,即近于垂直方向,这时不易观测到各向异性效应,而在横波观测资料中各向异性效应则比较明显。

对勘探地球物理学家来讲,现在利用横波数据的可行性逐渐增大,而且从理论上可以推出,考虑各向异性效应后,能得到介质的某些固有性质的信息。随着三维地震勘探、井中地震勘探(如 VSP、跨井地震勘探)方法的不断发展,开展对油储介质中各向异性性质的研究已显得十分必要。

目前,地震勘探中应用各向异性效应的方法多基于横向各向同性介质的理论,且大多都利用时距曲线 t^2-x^2 及叠加速度、横波分裂等运动学性质,而对于横向各向同性介质的反、透射等动力学问题考虑较少。此外,沉积岩中的各向异性还可能由裂隙或各向异性的矿物的定向排列引起。在大地构造应力的作用下,定向排列的方向通常垂直于层面^[18]。对沉积盆地中的三分量地震资料研究表明:具有水平对称轴的裂隙诱导的泛张各向异性(EDA)与具有沉积平面垂直对称轴的沉积或岩性所诱导的各向异性组合广泛存在。而且已经观测到这种组合引起的横波分裂现象。这两种各向异性的组合将引起正交各向异性,使得快分裂横波的偏振不再平行于裂隙或裂隙走向。即使对近于垂直方向,这种正交对称性也会导致横波在大多数方向上表现为受干扰或存在异常行为的横波奇异性。因此,研究由层引起的各向异性和泛张各向异性组合引起的正交各向异性介质中波的传播特性有重要的意义。

波通过层状介质传播的运动学特征可通过长波长极限中等效各向异性弹性常数来研究。求取等效参数的方法是平均法^[7],长波近似理论已给出既简单又十分有用的模型。波在成层介质中传播的特性与波长有关。当波长足够长或地震波的频率足够低,整个介质可与一个均匀的横向各向同性介质等效。当波长与层的厚度可比时,会有散射波出现。这样,这些波长的波显示出频散行为,即波的相速度依赖于频率。能引起各向异性的不均匀性(如薄层的厚度)通

常覆盖了一个很宽的长度区域,而且,在许多种勘探研究中(如 VSP,速度测井),不同波长的波都被用来探测地下的结构。因此,在许多种情况下,长波近似的条件未必能满足。Helbig^[19]分析了周期薄互层介质及其长波长等效横向各向同性介质中 SH 波的散射方程。他得到的结论是,当波长大于薄互层的 3 倍空间周期时等效成立。Melia 和 Carlson^[20]用玻璃板和环氧树脂构成模拟周期薄互层,并在实验室中测量了 P 波在平行和垂直方向的速度。他们认为长波近似成立的条件是波长与薄层的厚度的比值(用 R 表示)位于 10~100 之间。而且,当玻璃板和环氧树脂层的厚度相等时,要求 R 的值更大。从理论上研究薄互层介质的等效理论是十分复杂的,而实验室测量由于实验中的不确定性而受到影响。解决这个问题的另一个较好办法是用数值模拟。实际上,数值模拟方法已被广泛用来研究成层介质对波传播的影响。我们^[4]用薄铝板和环氧树脂以及薄铝板和石蜡分别测量了 P 波和 S 波在平行和垂直于薄层方向的速度,测量结果表明,对 P 波长波近似成立的条件是波长与薄层的厚度的比为 10 左右。而对 S 波长波近似成立的条件是波长与薄层的厚度的比为 6 左右。Carcione 等^[21]研究了当周期薄互层介质能被一个均匀的横向各向同性介质代替时的波长与薄互层的空间周期的比值(用 RD 表示)的最小值。Kerner^[22]用数值模拟方法考察了随机分布层状沉积岩中的视各向异性。所有的研究结果都认为:组元性质之间的差值是影响各向异性程度和等效成立的条件(RD 的值)的主要因素。组元性质之间相差越大,各向异性程度越高,等效成立的条件越严格(要求的 RD 值越大)。长波近似依赖于传播方向相对于层面的角度。散射效应在大转换角时更强,此时等效成立需要更长的地震波波长。最后,长波长等效成立的条件还与组元间的厚度比值有关,以两种组元的薄互层为例,当它们厚度相同时,所要求的 RD 值最大。杨辉^[1]研究了薄层对反射波的影响,苏盛甫^[2]讨论了薄储集层的反射波的特征以及解释方法,赵晨光^[3]则对薄互层的反射波的特征作了分析。

鉴于传播矩阵对处理平行成层各向同性介质中波的传播的有效性,本文推导出了横向各向同性介质中的准 P、SV 波和 SH 波的层矩阵和传播矩阵的表达式。我们进一步用均匀各向同性介质中的传递矩阵的方法计算了波通过一个薄互层介质,及用横向各向同性介质中的传递矩阵的方法计算了将薄互层等效为横向各向同性层的理论地震图。通过比较两者的结果,对薄互层情况下传播矩阵是否适用进行了讨论。最后,本文试图从理论上研究并解释了薄互层介质的长波等效理论的成立条件与组元的性质、波传播的角度、各个薄层的厚度比的关系。

横向各向同性介质中的矩阵方法

由 Thomsen 提出并由 Haskell 完善的矩阵方法已广泛地被应用于成层各向同性介质中平面波的分析。Gilbert 和 Backus^[23]将传播矩阵法引入地震学中,Thomsen-Haskell 方法是传播矩阵法的一个特例。传播矩阵法在处理平行成层介质中的平面波传播问题时显得十分方便和简捷,各向同性介质中的传播矩阵是人们早已熟悉的重要工具。随着勘探仪器的动态范围不断扩大,精度不断提高,在地震深部和浅部探测中获得了大量信息,发现了各向异性现象的存在。已经证明可以将薄互层等效为横向各向同性地层。首先,我们讨论横向各向同性介质地层中波传播的矩阵方法。

先定义坐标轴。设水平方向为 x_1 轴,垂直方向为 x_3 轴,且向下为正。平面波在横向各向同

性介质中的 x_1-x_3 平面内传播。设平面波的形式为

$$u = U \exp[i\omega(px + qz - t)]$$

其中: $U = (U_1, U_2, U_3)^T$ 是位移振幅向量; U_i 为其分量; p 是水平慢度; ω 是角频率。

对于横向各向同性介质只有 5 个独立的弹性参数, 记为 A, B, C, L, F 。设 x_3 轴同时也是横向各向同性介质的对称轴。横向各向同性介质的虎克定律为

$$\begin{bmatrix} \tau_{11} \\ \tau_{22} \\ \tau_{33} \\ \tau_{23} \\ \tau_{31} \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B & F & 0 & 0 & 0 \\ B & A & F & 0 & 0 & 0 \\ F & F & C & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2N & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2L & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2L \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} e_{11} \\ e_{22} \\ e_{33} \\ e_{23} \\ e_{31} \\ e_{12} \end{bmatrix} \quad (1)$$

其中: τ_{ij} 为应力张量的分量; e_{ij} 为应变张量的分量, $N = (A - B)/2$ 。

由于 SH 波和准 P、SV 波在横向各向同性介质的对称面中是可以分离的, 因此可以分别考虑 SH 波和准 P、SV 波的传播矩阵。

SH 波的传播矩阵

SH 波的偏振方向沿 x_2 轴。由波动方程得

$$\rho \ddot{u}_2 = \tau_{23,3} + \tau_{21,1} \quad (2)$$

由本构关系式(1)可得

$$\tau_{23} = Lu_{2,3} \quad \text{和} \quad \tau_{21} = Nu_{2,1} \quad (3)$$

令 $y_1 = u_2, y_2 = \tau_{23}$, 而 $u_2 = U_2 \exp[i\omega(px + qz - t)]$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{bmatrix} \exp[i\omega(px + qz - t)] \quad (4)$$

y 或 f 均可称为运动—应力向量。由运动方程(2)和本构关系式(3)及式(4)可得

$$Af = i\omega qf \quad (5)$$

其中: $f = (f_1, f_2)^T$; A 为 2×2 矩阵:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1/L \\ \omega^2(Np^2 - \rho) & 0 \end{bmatrix}$$

设 $i\omega q$ 和 V 分别是矩阵 A 的本征值和本征向量, 则由式(5)可得

$$q = \pm (\rho/L - Np^2/L)^{1/2} \quad (6a)$$

$$V = (1, i\omega Lq)^T \quad (6b)$$

令 F 为一矩阵, 其列向量由式(5)的不同本征解式(6)构成。则式(5)的通解为

$$f = FW$$

式中 W 为常数向量。可将 F 表达为

$$F = EA \quad (7)$$

其中

$$E = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ iQ & -iQ \end{bmatrix} \quad A = \begin{bmatrix} \exp(i\varphi) & 0 \\ 0 & \exp(-i\varphi) \end{bmatrix}$$

$$\varphi = \omega q(z - z_0)$$

$$Q = L\omega q$$

这里 q 取表达式(6a)中的正值。因此有

$$E^{-1} = \begin{bmatrix} 1/2 & 1/2iQ \\ 1/2 & -1/2iQ \end{bmatrix}$$

传播矩阵为

$$\begin{aligned} P(z, z_0) &= F(z)F^{-1}(z_0) = E\Lambda(z)\Lambda^{-1}(z_0)E^{-1} \\ &= \begin{bmatrix} \cos\varphi & \sin\varphi/Q \\ -Q\sin\varphi & \cos\varphi \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (8)$$

式(8)各向同性介质中的传播矩阵公式在形式上完全类似。但 q 与 p 之间的关系与各向同性介质的情况不同。

准 P、SV 波的传播矩阵

准 P、SP 波的振动方向沿 x_1, x_3 轴。由波动方程得

$$\rho \ddot{u}_1 = \tau_{11,1} + \tau_{13,3} \quad (9a)$$

$$\rho \ddot{u}_3 = \tau_{31,1} + \tau_{33,3} \quad (9b)$$

由本构关系式(1)可得

$$\tau_{31} = 2Le_{31} = L(u_{1,3} + u_{3,1}) \quad (10a)$$

$$\tau_{33} = Fu_{1,1} + Cu_{3,3} \quad (10b)$$

令 $y_1 = u_1, y_2 = u_3, y_3 = \tau_{31}, y_4 = \tau_{33}$, 并定义 $f = (f_1, f_2, f_3, f_4)^T$ 为

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \end{bmatrix} \exp[i\omega(px + qx - t)] \quad (11)$$

y 或 f 均可称为运动—应力向量。则由运动方程(9)和本构关系式(10)及式(11)可得

$$Af = i\omega qf \quad (12)$$

其中

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -b & 1/L & 0 \\ -bF/C & 0 & 0 & 1/C \\ \omega^2 S & 0 & 0 & -bF/C \\ 0 & -\omega^2 \rho & -b & 0 \end{bmatrix} \quad (13)$$

上式中: $b = i\omega p$; $S = p^2(CA - F^2)/C - \rho$ 。由式(13)的第 1 行和第 2 行可得

$$f_3 = i\omega L(qf_1 + pf_2) \quad (14a)$$

$$f_4 = i\omega(Fpf_1 + Cqf_2) \quad (14b)$$

将式(14)代入式(12)中的第 3 行和第 4 行以消去 f_3 和 f_4 得

$$(G - \rho)f_1 + pq(L + F)f_2 = 0 \quad (15a)$$

$$pq(L + F)f_1 + (K - \rho)f_2 = 0 \quad (15b)$$

其中: $G = Ap^2 + Lq^2$; $K = Lp^2 + Cq^2$ 。要使上式为非零解,其系数行列式应等于零,即

$$\begin{vmatrix} G - \rho & pq(F + L) \\ pq(F + L) & K - \rho \end{vmatrix} = 0 \quad (16)$$

由此不难解得

$$LCq^4 - Qq^2 + R = 0$$

其中

$$Q = \rho(L + C) + p^2(F^2 + 2FL - AC)$$

$$R = (Lp^2 - \rho)(Ap^2 - \rho)$$

所以

$$q = \pm \xi = \pm \{[Q - (Q^2 - 4LCR)^{1/2}]/(2LC)\}^{1/2} \quad (17a)$$

$$q = \pm \eta = \pm \{[Q + (Q^2 - 4LCR)^{1/2}]/(2LC)\}^{1/2} \quad (17b)$$

其中: ξ 对应准P波; η 对应准SV波;“+”对应下行波;“-”对应上行波。由式(15a)可得

$$\frac{f_1}{f_2} = -\frac{(L + F)pq}{Ap^2 + Lq^2 - \rho}$$

归一化后,为

$$f_1 = \frac{(L + F)pq}{\{[(L + F)pq]^2 + [Ap^2 + Lq^2 - \rho]^2\}^{1/2}} \quad (18a)$$

$$f_2 = -\frac{Ap^2 + Lq^2 - \rho}{\{[(L + F)pq]^2 + [Ap^2 + Lq^2 - \rho]^2\}^{1/2}} \quad (18b)$$

将式(18)中 f_1 和 f_2 的表达式代入式(14)可得 f_3 和 f_4 的表达式。

由此得到 $f = (f_1^{(n)}, f_2^{(n)}, f_3^{(n)}, f_4^{(n)})^T$,其中对应方程式(12)的4个本征值解 $i\omega q^{(n)}$ ($n=1, 2, 3, 4$)分别对应下行准P波、下行准SV波、上行准P波和上行准SV波。与SH波的情况一样有

$$F = E\Lambda$$

其中

$$E = \begin{bmatrix} f_1^{(1)} & f_1^{(2)} & f_1^{(3)} & f_1^{(4)} \\ f_2^{(1)} & f_2^{(2)} & f_2^{(3)} & f_2^{(4)} \\ f_3^{(1)} & f_3^{(2)} & f_3^{(3)} & f_3^{(4)} \\ f_4^{(1)} & f_4^{(2)} & f_4^{(3)} & f_4^{(4)} \end{bmatrix}$$

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \exp[i\varphi^{(1)}] & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \exp[i\varphi^{(2)}] & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \exp[i\varphi^{(3)}] & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \exp[i\varphi^{(4)}] \end{bmatrix}$$

这里

$$\varphi^{(n)} = \omega q^{(n)}(z - z_0)$$

定义准P、SV波振动的正方向为指向 x_1 增加的方向为振动的正方向。由横向各向同性介质的对称性质可得

$$\begin{aligned} q^{(3)} &= -q^{(1)} & q^{(4)} &= -q^{(2)} \\ f_1^{(3)} &= f_1^{(1)} & f_1^{(4)} &= f_1^{(2)} \\ f_2^{(3)} &= -f_2^{(1)} & f_2^{(4)} &= -f_2^{(2)} \end{aligned}$$

代入 $f_3^{(n)}$ 和 $f_4^{(n)}$ 的表达式(14), 得到

$$\begin{aligned} f_3^{(3)} &= -f_3^{(1)} & f_3^{(4)} &= -f_3^{(2)} \\ f_4^{(3)} &= f_4^{(1)} & f_4^{(4)} &= f_4^{(2)} \end{aligned}$$

所以层矩阵变为

$$E = \begin{bmatrix} f_1^{(1)} & f_1^{(2)} & f_1^{(1)} & f_1^{(2)} \\ f_2^{(1)} & f_2^{(2)} & -f_2^{(1)} & -f_2^{(2)} \\ f_3^{(1)} & f_3^{(2)} & -f_3^{(1)} & -f_3^{(2)} \\ f_4^{(1)} & f_4^{(2)} & f_4^{(1)} & f_4^{(2)} \end{bmatrix}$$

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \exp[i\omega q^{(1)}(z - z_0)] & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \exp[i\omega q^{(2)}(z - z_0)] & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \exp[i\omega q^{(1)}(z - z_0)] & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \exp[i\omega q^{(2)}(z - z_0)] \end{bmatrix}$$

要求得传播矩阵, 必须先求出 E 的逆。为此要改变 E 的形式, 首先交换矩阵 E 的第 2 行和第 4 行得矩阵 E' , 然后交换矩阵 E' 的第 3 行和第 4 行, 得矩阵 E'' , 即

$$E'' = \begin{bmatrix} M & M \\ N & -N \end{bmatrix}$$

其中 M, N 为 2×2 矩阵, 即

$$M = \begin{bmatrix} f_1^{(1)} & f_1^{(2)} \\ f_4^{(1)} & f_4^{(2)} \end{bmatrix} \quad N = \begin{bmatrix} f_2^{(1)} & f_2^{(2)} \\ f_3^{(1)} & f_3^{(2)} \end{bmatrix}$$

由线性代数

$$(E'')^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} M^{-1} & N^{-1} \\ M^{-1} & -N^{-1} \end{bmatrix}$$

这样, 求矩阵 E 的逆转化求 2×2 矩阵 M 和 N 的逆, 即

$$M^{-1} = \begin{bmatrix} f_4^{(2)}/\Delta_1 & -f_1^{(2)}/\Delta_1 \\ -f_4^{(1)}/\Delta_1 & f_1^{(1)}/\Delta_1 \end{bmatrix} \quad N^{-1} = \begin{bmatrix} f_3^{(2)}/\Delta_2 & -f_2^{(2)}/\Delta_2 \\ -f_3^{(1)}/\Delta_2 & f_2^{(1)}/\Delta_2 \end{bmatrix}$$

其中

$$\Delta_1 = f_1^{(1)}f_4^{(2)} - f_4^{(1)}f_1^{(2)}$$

$$\Delta_2 = f_2^{(1)}f_3^{(2)} - f_3^{(1)}f_2^{(2)}$$

把 M^{-1} 和 N^{-1} 代入 $(E'')^{-1}$ 的表示式中, 并把第 3 列和第 4 列互换, 再把第 2 列和第 3 列互换, 得到

$$E^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} f_4^{(2)}/\Delta_1 & f_3^{(2)}/\Delta_2 & -f_2^{(2)}/\Delta_2 & -f_1^{(2)}/\Delta_1 \\ -f_4^{(1)}/\Delta_1 & -f_3^{(1)}/\Delta_2 & f_2^{(1)}/\Delta_2 & f_1^{(1)}/\Delta_1 \\ f_4^{(2)}/\Delta_1 & -f_3^{(2)}/\Delta_2 & f_2^{(2)}/\Delta_2 & -f_1^{(2)}/\Delta_1 \\ -f_4^{(1)}/\Delta_1 & f_3^{(1)}/\Delta_2 & -f_2^{(1)}/\Delta_2 & f_1^{(1)}/\Delta_1 \end{bmatrix}$$

传播矩阵

$$P(z, z_0) = F(z)F^{-1}(z_0) = E\Lambda(z)\Lambda^{-1}(z_0)E^{-1}$$

$$\begin{aligned} C_1 &= \cos[\omega q^{(1)}(z - z_0)] & C_2 &= \cos[\omega q^{(2)}(z - z_0)] \\ S_1 &= \sin[\omega q^{(1)}(z - z_0)] & S_2 &= \sin[\omega q^{(1)}(z - z_0)] \end{aligned}$$

得到传播矩阵的形式为

$$P(z, z_0) = \begin{bmatrix} (C_1 f_1^{(1)} f_4^{(2)} - C_2 f_1^{(2)} f_4^{(1)})/\Delta_1 & i(S_1 f_1^{(1)} f_3^{(2)} - S_2 f_1^{(2)} f_3^{(1)})/\Delta_2 & \\ i(S_1 f_2^{(1)} f_4^{(2)} - S_2 f_2^{(2)} f_4^{(1)})/\Delta_1 & (C_1 f_2^{(1)} f_3^{(2)} - C_2 f_2^{(2)} f_3^{(1)})/\Delta_2 & \\ i(S_1 f_3^{(1)} f_4^{(2)} - S_2 f_3^{(2)} f_4^{(1)})/\Delta_1 & (C_1 - C_2) f_3^{(1)} f_3^{(2)}/\Delta_2 & \\ (C_1 - C_2) f_4^{(1)} f_4^{(2)}/\Delta_1 & i(S_1 f_3^{(2)} f_4^{(1)} - S_2 f_3^{(1)} f_4^{(2)})/\Delta_2 & \\ -i(S_1 f_1^{(1)} f_2^{(2)} - S_2 f_1^{(2)} f_2^{(1)})/\Delta_2 & -(C_1 - C_2) f_1^{(1)} f_1^{(2)}/\Delta_1 & \\ -(C_1 - C_2) f_2^{(1)} f_2^{(2)}/\Delta_2 & -i(S_1 f_1^{(2)} f_2^{(1)} - S_2 f_1^{(1)} f_2^{(2)})/\Delta_1 & \\ -(C_1 f_2^{(2)} f_3^{(1)} - C_2 f_2^{(1)} f_3^{(2)})/\Delta_2 & -i(S_1 f_1^{(2)} f_3^{(1)} - S_2 f_1^{(1)} f_3^{(2)})/\Delta_1 & \\ -i(S_1 f_2^{(2)} f_4^{(1)} - S_2 f_2^{(1)} f_4^{(2)})/\Delta_2 & -(C_1 f_1^{(2)} f_4^{(1)} - C_2 f_1^{(1)} f_4^{(2)})/\Delta_1 & \end{bmatrix}$$

波在薄互层介质中的传播

我们将通过计算理论地震图来讨论薄互层介质对地震波传播的影响。物理模型如图 1 所示,在地表下一个各向同性介质覆盖在薄互层介质上面,其底是各向同性的半无限介质。它的等效结构是两个各向同性层间夹有一个横向各向同性层。

设源的主频是 f_0 , t_0 是初始时间,则震源时间函数为

$$h(t) = \exp\{-2[f_0(t - t_0)]^2\} \cos(2\pi f_0(t - t_0))$$

这里我们仅计算目前在反射地震勘探和 VSP 地震勘探中特别感兴趣的 P、SV 波,现分别讨论震源在地表和地下激发、地表接收两种情况。利用上面得到的横向各向同性介质中的传播矩阵和傅氏变换,可以计算地表的响应。用两种方法计算:第一种是由各向同性介质的传播矩阵得到薄互层介质存在时的地表响应;第二种是利用横向同性介质的传播矩阵计算等效结构的地表响应。

我们的目的是检验计算薄互层对地震波响应的方法。当层厚度与波长相比很薄时,考察各向同性介质的传播矩阵方法或者等效横向各向同性介质的传播矩阵方法是否适用,并对该问题作一个讨论。

为了计算方便,先对参数进行无量纲化。令:

$$f_0 = 30\text{Hz}, d_0 = 100\text{m}, v_0 = 3000\text{m/s}, \rho_0 = 1000\text{kg/m}^3, L_0 = 1 \times 10^{10}\text{kg/ms}^2.$$

定义:厚度=厚度/ d_0 , 密度=密度/ ρ_0 , 弹性常数=弹性常数/ L_0 , 速度=速度/ v_0 。可以证明,这样定义的无量纲参数对计算结果无影响。

薄互层是由砂岩和泥岩组成,且是周期的。它们的速度、密度和弹性常数列于表 1。

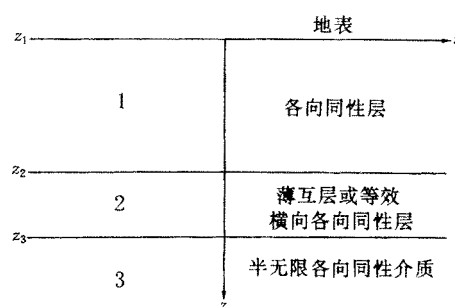


图 1 薄互层模型

表 1 砂、泥岩物性参数

	ρ	λ	μ	α	β
砂岩	2300	102.16	78.2	3353	1844
泥岩	2500	205.86	158.13	4570	2515

注:密度 ρ 的单位是 kg/m^3 ;弹性常数 λ 和 μ 的单位是 10^8kg/ms^2 ;纵波速度 α 和横波速度 β 的单位是 m/s 。

取砂岩的厚度和泥岩厚度的比值为 1:3,如各层的厚度均小于地震波的波长的十分之一,则砂、页岩的薄互层可等效为横向各向同性介质层^[7],等效参数为(单位同表)

$$\rho = 2450 \quad A = 450.02 \quad B = 111.43 \quad C = 416.10$$

$$L = 125.95 \quad F = 164.14 \quad N = 169.30$$

其中 A, B, C, L, F, N 均为等效横向各向同性介质的弹性常数,其定义同式(1)。等效介质的垂向准 P、SV 波的速度分别是 4 121m/s, 2 267m/s, 水平向准 P、SV 波的速度分别是 4 286m/s, 2 267m/s, 水平向的 SH 波速度是 2 629m/s。等效介质存在各向异性,且横波各向异性比纵波各向异性强。

透射(源在地下)

考虑震源在井中激发,波通过薄互层传播到地表的情况。对应这种情况我们假定平面 P 波从半无限介质中入射。由于假定薄互层以上的地层为均匀各向同性层,这一层一般是很厚的。因此应先计算透过薄互层的 P、SV 波的振幅。

由传播矩阵的性质,位移应力向量满足

$$f(z_3) = P(z_3, z_1) f(z_1)$$

自由表面的位移应力向量 $f(z_1) = (u_1, u_3, 0, 0)^T$, 而

$$f(z_3) = E_3 A_3|_{z=z_3} W_3$$

此外 W_3 是半无限介质中下行和上行 P、SV 波的振幅向量, $W_3 = (w_{31}, w_{32}, 1, 0)^T$, 这里规定上行的 P 波振幅为 1 个单位。 w_{31}, w_{32} 分别代表半无限空间中的下行 P、SV 波的振幅系数。所以

$$W_3 = A_3^{-1}|_{z=z_3} E_3^{-1} - P(z_3, z_1) f(z_1)$$

即

$$\begin{bmatrix} w_{31} \\ w_{32} \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = A_3^{-1}|_{z=z_3} E_3^{-1} P(z_3, z_1) \begin{bmatrix} U_{11} \\ U_{13} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

因此

$$\begin{bmatrix} U_{11} \\ U_{13} \end{bmatrix} = C^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

这里 C 为 2×2 矩阵,它等于 4×4 矩阵 $S = A_3^{-1}|_{z=z_3} E_3^{-1} P(z_3, z_1)$ 中的左下角 2×2 矩阵。对入射波作 FFT 变换后,利用上式可计算穿过薄互层介质的等效横向各向同性地层的透射波,最后作 FFT 逆变换,得到地面的位移合成地震图。

反射(源在地表)

对应于反射地震勘探,假定P波源在地表激发。这时要先令震源发射的P波的振幅系数为单位振幅,然后求出入射P波在薄互层上的反射P、SV波的振幅系数。因此可令上面的各向同性层中的位移振幅向量为

$$\mathbf{W}_1 = (1, 0, w_{13}, w_{14})^T$$

而半无限介质中无上行的平面波,因此

$$\mathbf{W}_3 = (w_{31}, w_{32}, 0, 0)^T M$$

由传播矩阵

$$f(z_1)|_{z=z_2} = P(z_2, z_3) E_3 A_3|_{z=z_3} \mathbf{W}_3$$

而

$$f(z_2) = E_1 A_1|_{z=z_2} \mathbf{W}_1$$

因此有

$$\mathbf{W}_1 = A_1^{-1}|_{z=z_2} E_1^{-1} f(z_1)|_{z=z_2}$$

从而可得

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ w_{13} \\ w_{14} \end{bmatrix} = J \begin{bmatrix} w_{31} \\ w_{32} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

其中

$$J = A_1^{-1}|_{z=z_2} E_1^{-1} P(z_2, z_3) E_3 A_3|_{z=z_3}$$

所以

$$\begin{bmatrix} w_{13} \\ w_{14} \end{bmatrix} = AB^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

其中A和B是 2×2 的矩阵,它们分别是 4×4 矩阵J的左下和左上部分。而地面的反射波位移利用下式算出

$$f(z_1) = E_1 A_1|_{z=z_1} \mathbf{W}_1$$

其中: $f(z_1) = (U_1, U_3, 0, 0)^T$; $\mathbf{W}_1 = (0, 0, w_{13}, w_{14})^T$ 。代入各个矩阵的表达式可得到与源在地下透射的结果相同。再利用FFT变换和FFT逆变换,可得到入射平面波为任意时间函数时波对薄互层介质或其等效横向各向同性结构的地层反射后的地震波的合成位移地震图。

计算结果及讨论

取震源的主频为30Hz,砂岩的厚度为3m,泥岩的厚度为9m,因此薄互层的空间周期是12m。仅比较 U_3 方向的位移,经计算得到合成地震图,如图2至图9。在图2至图9中,(a)均为用各向同性介质的矩阵方法计算的反射波,(b)均为用等效横向各向同性介质层的矩阵方法计算的反射波。图2到图5是P波对薄互层介质的反射。为了简化问题,图中已将地表的源项去掉。图2和图4中薄互层介质共有20个薄层,总厚度为120m,P波入射角度分别是 0° 和

20°。图3和图5中薄互层共有10个薄层,薄互层的厚度为60m,入射角度仍分别为0°和20°。同样从图中可看出,各向同性介质的传播矩阵法的计算结果与等效横向各向同性介质的传播矩阵法的计算结果也几乎完全一致。图6到图9是波通过薄互层介质的透射波。图6和图8中薄互层介质共有20层,总厚度为120m,P波源入射角度分别为0°和20°。图7和图9中薄互层介质共有10个薄层,薄互层的总厚度为60m,入射角度仍分别为0°和20°。从图中可看出,各向同性介质的传播矩阵法的计算结果与我们得到的等效横向各向同性介质的传播矩阵公式计算的结果几乎完全一致。

比较用各向同性介质的传播矩阵法计算波通过各向同性介质薄互层和用横向各向同性介质层的传播矩阵法计算波通过与薄互层等效的横向各向同性层的结果,可以看到两者几乎完全一致。

因此我们得到以下结论:当各向同性介质薄互层的薄层层厚远小于入射纵波波长时(至少为十分之一),薄互层的等效横向各向同性理论成立,并且各向同性介质的传播矩阵法也仍然适用,并且可用等效横向各向同性的传播矩阵计算薄互层的地震波响应。

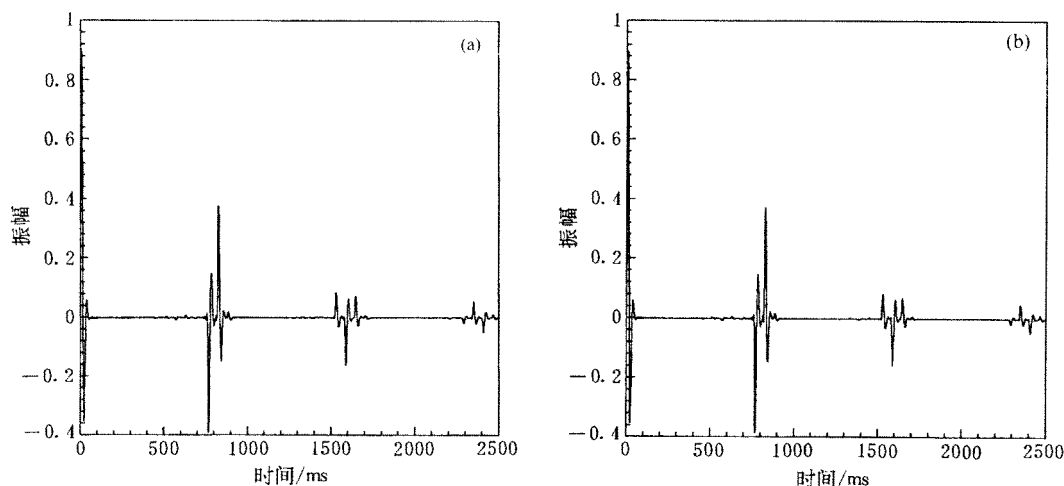


图2 P波垂直入射到120m的薄互层时的反射波

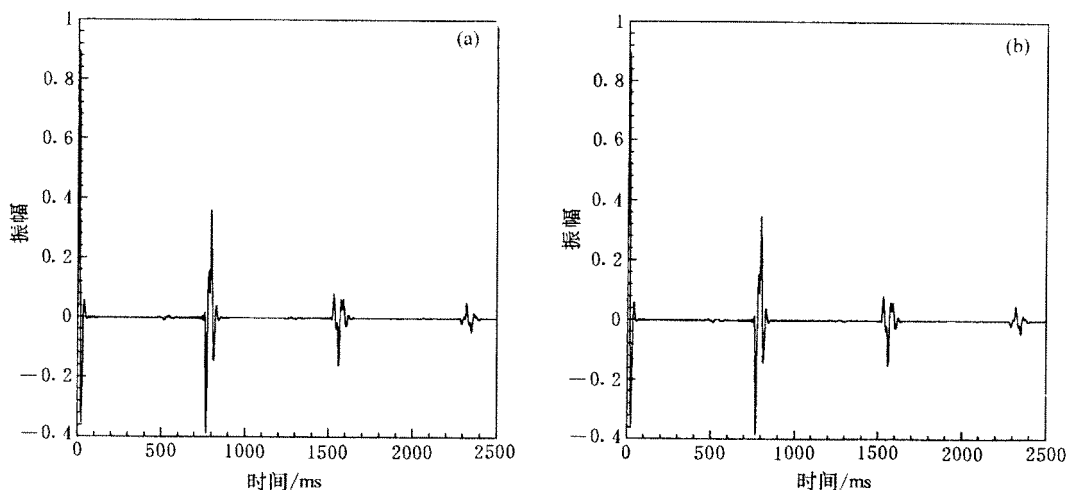


图3 P波垂直入射到60m的薄互层时的反射波

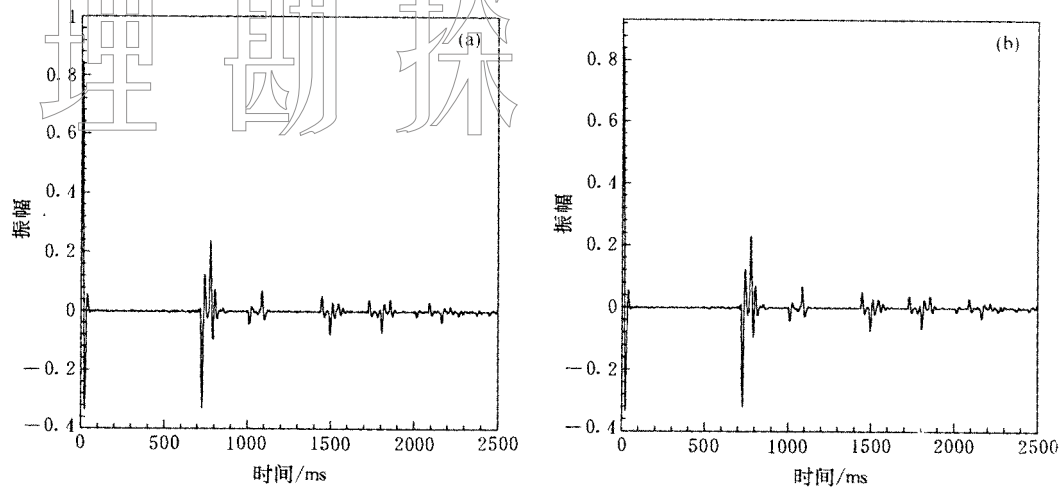


图 4 P 波以 20° 入射到 120m 的薄互层时的反射波

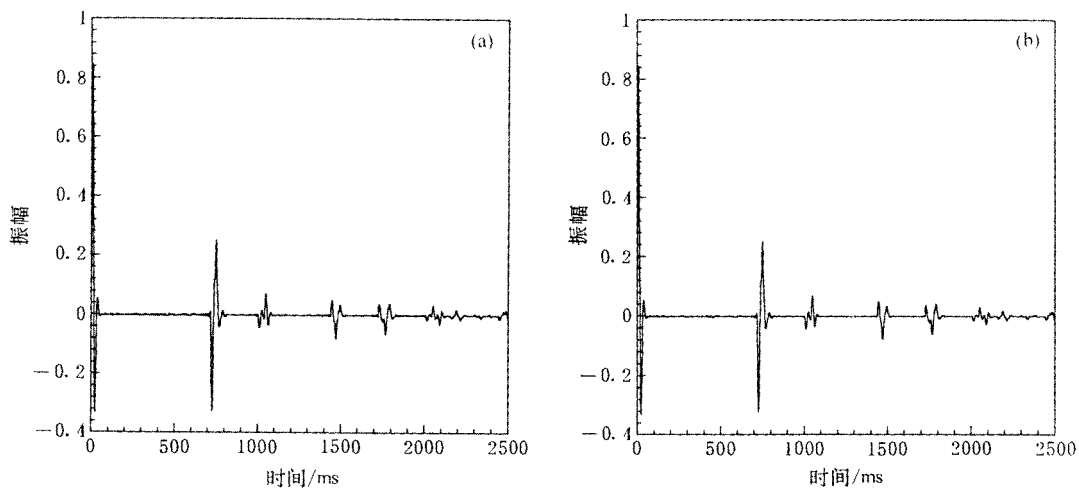


图 5 P 波以 20° 入射到 60m 的薄互层时的反射波

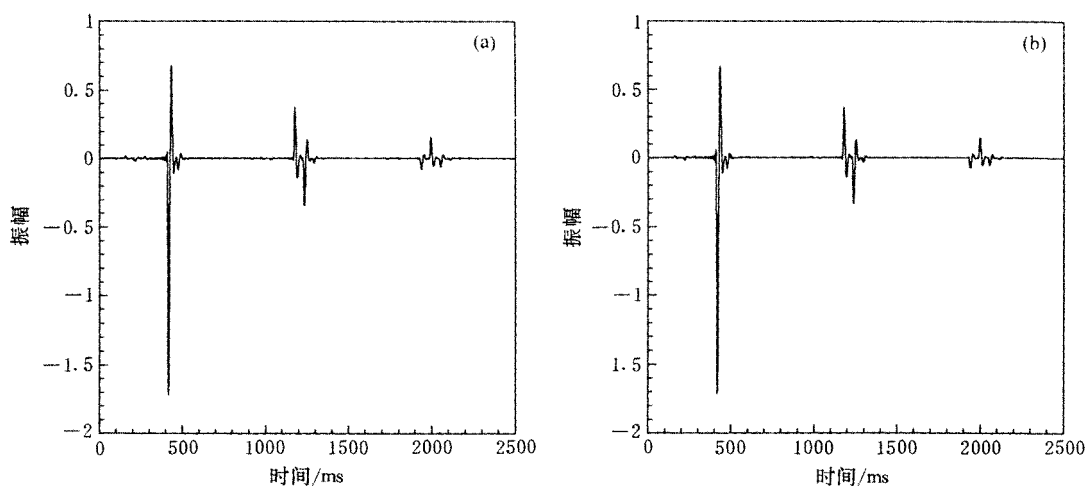


图 6 P 波垂直入射到 120m 的薄互层时的透射波

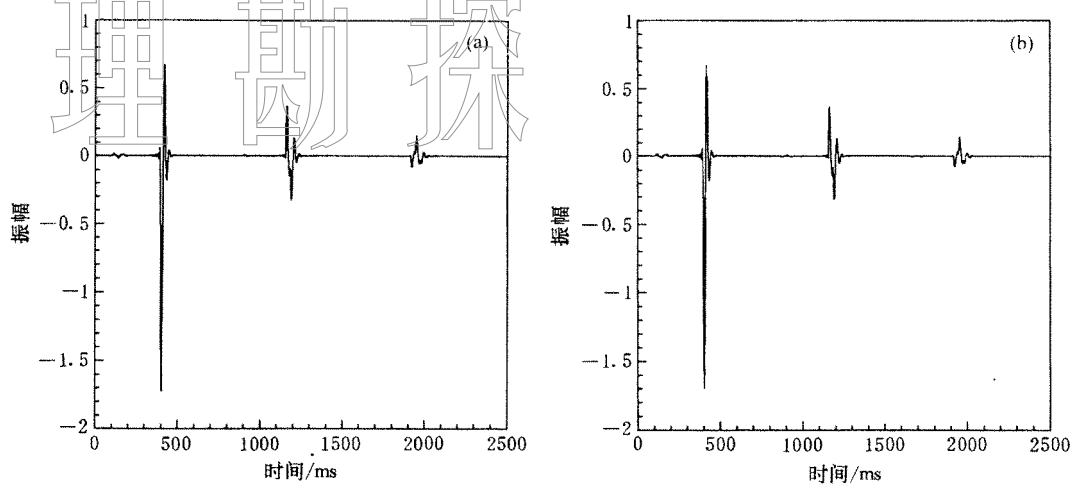


图 7 P 波垂直入射到 60m 的薄互层时的透射波

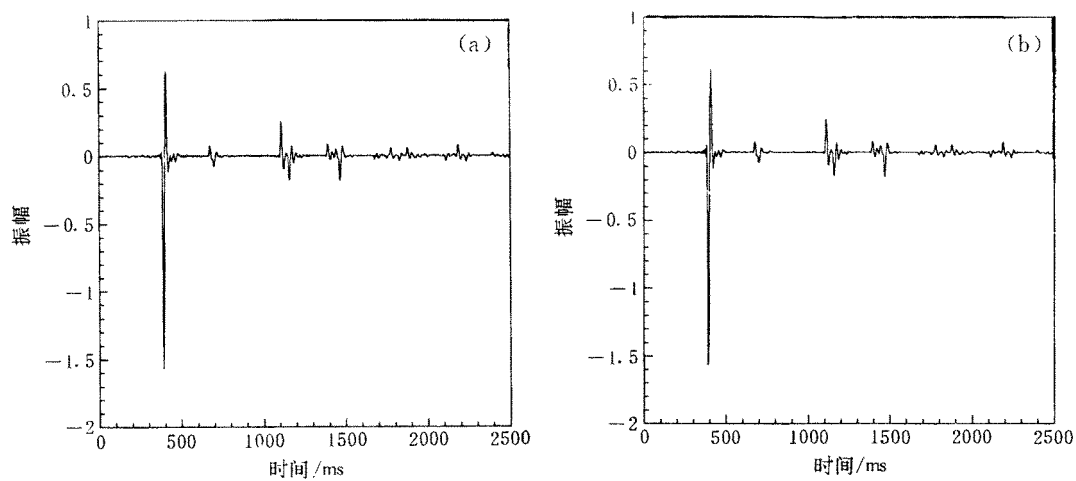


图 8 P 波以 20° 入射到 120m 的薄互层时的透射波

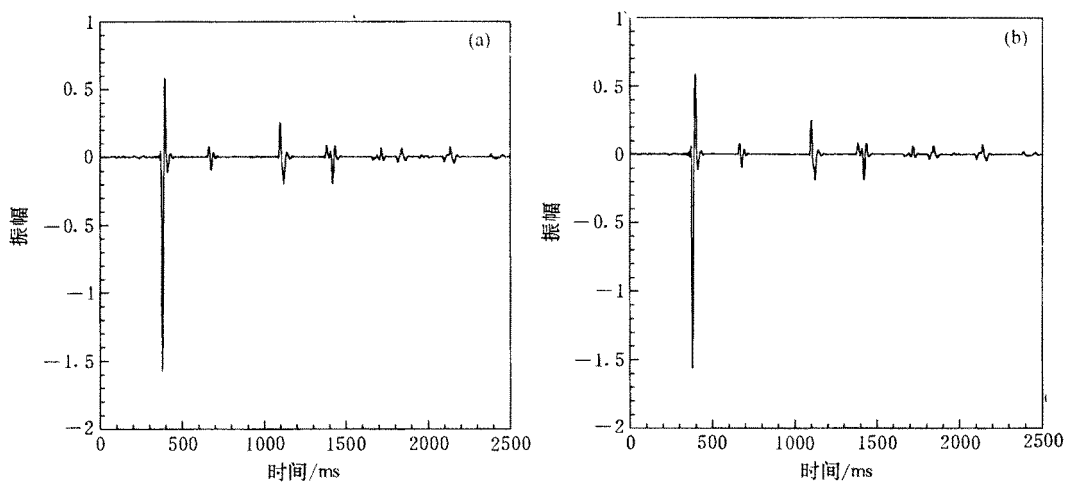


图 9 P 波以 20° 入射到 60m 的薄互层时的透射波

结 论

本文在前人的工作的基础上,主要做了以下几个方面的工作:

(1)得到了横向各向同性介质中层矩阵和传播矩阵的显式表达式。

(2)利用横向各向同性介质的传播矩阵,对反射和井间地震勘探,分别计算了源在地表和地下所激发的地震波通过一组薄互层介质及其等效介质的反、透射理论地震图。比较两者的结果,得到各向同性介质中的传播矩阵方法对薄互层仍然适用,同时也证实了薄互层的等效横向各向同性性质。当各向同性介质薄互层的薄层层厚远小于波长时(至少为十分之一),薄互层的等效横向各向同性理论成立,因此可以用等效横向各向同性理论来计算薄互层问题。

参 考 文 献

- 1 杨辉. 薄层响应对反射层的影响. 石油地球物理勘探, 1988, 23(3): 287~293
- 2 苏盛甫. 薄储集层的反射特征和定量解释方法. 石油地球物理勘探, 1988, 23(4): 387~402
- 3 赵晨光. 薄互层地震反射波的特征分析. 石油地球物理勘探, 1986, 21(1): 32~46
- 4 李跃, 徐果明, 施行觉, 李光品. 薄互层等效各向异性的实验研究. 石油地球物理勘探, 1995, 30(4): 513~517
- 5 Riznichenko Y V. Seismic quasi-anisotropy. *Bull Acad Sci USSR, Geograph, Geophys Series*, 1949, 13: 518~544
- 6 Postma G W. Wave propagation in a stratified medium. *Geophysics*, 1955, 20(4): 780~806
- 7 Backus G E. Long-wave elastic anisotropy produced by horizontal layering. *J Geophys Res*, 1962, 67: 4427~4440
- 8 Crampin S. The dispersion of surface waves in multilayered anisotropic media. *Geophys, J Res Astr Soc*, 1970, 21: 387~402
- 9 Crampin S. Distinctive particle motion of surface waves as a diagnostic of anisotropic layering. *Geophys, J R Astr Soc*, 1975, 40: 177~186
- 10 Schlue J. W. A physical model for the surface wave azimuthal anisotropy. *Bull Scis Soc Am*, 1977, 67: 1515~1519
- 11 Daley P F & Horn F. Reflection and transmission coefficients for transversely media. *Bull Scis Soc Am*, 1977, 67: 661~675
- 12 Keith C M & Crampin S. Seismic body waves in anisotropic media: reflection at a plane interface. *Geophys J Res Astr Soc*, 1977, 49: 181~208
- 13 Keith C M & Crampin S. Seismic body waves in anisotropic media: synthetic seismograms. *Geophys, J Res Astr Soc*, 1977, 49: 225~243
- 14 Levin F K. Seismic velocities in transversely isotropic media. *Geophysics*, 1979, 44(5): 918~936
- 15 Crampin S. Inversion of P-wave velocity anisotropy. *Geophys, J Res Astr Soc*, 1977, 49: 123~132
- 16 Thomsen L. Weak elastic anisotropy. *Geophysics*, 1986, 51(10): 1954~1966
- 17 Jolly R N. Investigation of shear waves. *Geophysics*, 1956, 21(4): 905~938
- 18 Crampin S. A review of the effects of anisotropy layering on the propagation of seismic waves. *Geophys, J Res Astr Soc*, 1977, 49: 9~27
- 19 Helbin K. Anisotropy and dispersion in periodically layered media. *Geophysics*, 1984, 49(4): 364~373
- 20 Melia P J et al. An experimental test of P-wave anisotropy in a stratified media. *Geophysics*, 1984, 49(4): 374~378
- 21 Carcione J M et al. Long wave anisotropy in stratified media: A numerical test. *Geophysics*, 1991, 56(2): 245~254
- 22 Kerner C. Anisotropy in sedimentary rocks modeled as random media. *Geophysics*, 1992, 57: (4) 564~576
- 23 Aki K and Richards P G. *Quantitative seismology-theory and methods*, W. H. Freeman and Company, 1980