

## 地震反射波波前法射线追踪

张霖斌\* 许 云 乌达巴拉 曾校丰

(中国地质大学应用地球物理系(北京))

### 摘 要

张霖斌,许云,乌达巴拉,曾校丰. 地震反射波波前法射线追踪. 石油地球物理勘探, 1995, 30(1): 50~55

利用有限差分法解程函方程,分别求出震源点及接收点到反射界面任意点的初至旅行时,将两者相加,即可得到总旅行时与界面水平坐标关系曲线。由 Fermat 原理可知,该曲线上的极值点相对应的时间为反射旅行时,相对应的水平坐标值为反射点位置。本方法不但可计算出任意检波点能接收到的所有的反射波的旅行时及射线路径,而且具有快速、准确、适应复杂构造模型的优点。

**主题词** 射线追踪 反射波 程函方程 有限差分法

### ABSTRACT

Zhang Linbin, Xu Yun, Wudabala and Zeng Xiaofeng. Ray tracing for seismic reflection wave. *OGP*, 1995, 30(1): 50~55

The first break times from seismic source and receiving point to any reflection point can be calculated respectively by solving eikonal equation with the use of finite difference. Then the two first break times are added together to bring relational curve between the total travel time and the horizontal coordinates of reflection interface. From Fermat principle, we can know that the time corresponding to extreme point of the curve is reflection travel time, and horizontal coordinate corresponding to the extreme point is the location of reflection point. This method can be used to estimate both travel times and ray paths of the reflection waves which are received by all geophone groups. It is efficient, accurate and adaptable to complicated structure model.

**Subject heading:** ray tracing, reflection wave, eikonal equation, finite difference method

### 引 言

地震波旅行时及反射路径的计算在地震资料处理中起着非常重要的作用,如叠前偏移、层析成像、速度分析等。地震波射线路径的计算通常采用常规的射线追踪方法 (Červený 等,

\* Zhang Linbin, Applied Geophysical Department, China Geology University (Beijing), No. 29 College Road, Beijing, Postcode: 100083

本文于 1994 年 3 月 18 日收到。

1977)。常规的射线追踪方法存在下述缺点:

- (1) 它不能处理首波问题;
- (2) 在复杂速度结构中很难确定射线路径;
- (3) 两点射线追踪计算量大,而且通常只能得到一条射线路径及其旅行时。

目前,有不少人相继提出了一些新的方法,其中具有代表性的方法是用有限差分直接对程函方程求解的波前法射线追踪(Vidal,1988;Van Trier 等,1991;Qin 等,1992)。这些方法首先通过解程函方程,快速、准确地计算出源点到网格点上的时间场分布,再由 Fermat 原理找出射线路径。由于用程函方程仅能求出地震波的初至旅行时,因而当前大部分研究工作是集中在地震透射波射线路径追踪问题上。

本文将波前法射线追踪应用于反射波射线追踪,文中给出了一种新的有限差分法求解程函方程,此方法由于考虑了首波及散射波的存在,因而对复杂速度结构模型非常适用。

## 方 法 原 理

### 有限差分法解程函方程

在二维介质中,程函方程可写成

$$\left(\frac{\partial t}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial t}{\partial z}\right)^2 = s^2(x, z) \quad (1)$$

式中: $s(x, z)$ 为慢度; $t$ 为时间。

我们以  $x$  及  $z$  方向的空间步长分别为  $\Delta x$  和  $\Delta z$  将介质划分为许多网格,每个网格内假定慢度为常数。现在考虑图 1 中已知  $A$ 、 $B$  两点的旅行时,计算  $P$  点的旅行时的情况。 $P$  点的初至旅行时可分三种情形。

(1) 透射平面波

采用差分近似,有

$$\frac{\partial t}{\partial x} = \frac{t_B - t_A}{\Delta x} \quad (2)$$

$$\frac{\partial t}{\partial z} = \frac{t_P - t_B}{\Delta z} \quad (3)$$

将式(2)、式(3)代入式(1),得

$$t_P = t_B + \frac{\Delta z}{\Delta x} \sqrt{s^2 \Delta x^2 - (t_B - t_A)^2} \quad (4)$$

式中

$$0 \leq t_B - t_A \leq \frac{s \Delta x^2}{\sqrt{\Delta x^2 + \Delta z^2}} \quad (5)$$

(2)  $A$  点的散射波

$$t_P = s \sqrt{\Delta x^2 + \Delta z^2} + t_A \quad (6)$$

(3) 首波

$$t_P = t_B + \Delta z \min(s, s') \quad (7)$$

式中, $s'$ 为相邻网格的慢度值。

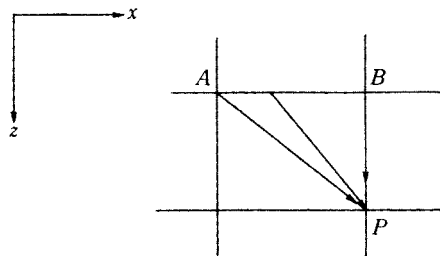


图 1 计算  $P$  点的初至时

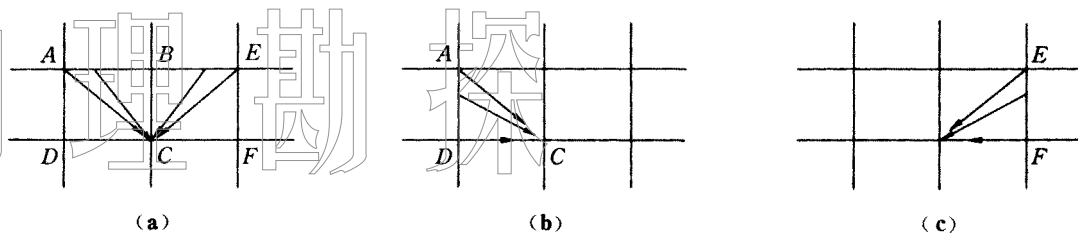


图 2 扫描算法示意图

$P$  点的初至旅行时取上面三种情况中的最小值。

我们采用扫描方式求解时间场,其过程如图 2 所示。假定已知第  $j$  条线上网格点  $A$ 、 $B$ 、 $E$  的旅行时,要计算  $j+1$  条线上网格点(例如  $C$  点)的旅行时,可分三步进行:

(1)首先按上面讨论的方法,由  $A$ 、 $B$ 、 $E$  点计算出  $C$  点的旅行时, $D$ 、 $F$  等点的旅行时也依次能计算出来(图 2a);

(2)再由  $A$ 、 $D$  点计算出  $C$  点的旅行时(图 2b);

(3)由  $E$ 、 $F$  点计算  $C$  点的旅行时(图 2c)。

最后取上述三步计算中的最小值作为  $C$  点的初至旅行时。当  $j+1$  条线上的网格点都计算完后,再按类似的过程计算下一条线上的网格点的初至时间,直至模型底边界为止。

我们采用的扫描算法,实际上仅考虑了波向下传播,即  $\nabla_z t \geq 0$  的情况。当介质复杂时,可能出现  $\nabla_z t < 0$ 。一旦出现这种情况,则进行反向扫描计算。

值得指出的是,扫描计算开始时,应给定震源周围适当点的精确旅行时。

### 反射波射线追踪

由上面的有限差分法可计算出空间中任一点的初至旅行时,从时间场分布再由 Fermat 原理极易求出所需的射线。通常这一过程仅能求出透射波或折射波的射线路径,因此,对于反射波的射线追踪不能直接运用以上的方法。

为了利用波前法的优点,在反射波射线追踪时,可采用以下步骤进行。

(1)首先用有限差分法解程函方程,求出震源点到反射界面任意点上的初至时间。

(2)将接收点作为震源,通过解程函方程,求出接收点到反射界面任意点上的初至时间。

(3)将上述两步计算出的反射界面点的初至时间相加,得到界面点上的总旅行时。

(4)作出界面点上的总旅行时与反射界面点的水平坐标关系曲线,按 Fermat 原理,震源到接收点的旅行时是稳定的。因此,曲线上的极值点对应的旅行时即为反射波的旅行时,相对应的界面水平坐标值即为反射点的水平坐标。于是,界面上的反射点及反射波旅行时便可准确地求出。

(5)已知反射点的位置,分别由震源计算得到的时间场和将接收点作为震源计算出的时间场,确定震源到反射点及接收点到反射点的射线路径。

在我们所作出的总旅行时与界面的水平坐标关系曲线上,可能有许多极值。这些极值点都是接收点能接收到的反射波旅行时。因此,只要我们在计算时,将界面离散点取得足够密,便可将所有的反射波路径及旅行时求出。

值得指出的是,由于反射波仅与反射界面以上的介质有关,因此,在利用程函方程计算界面点的旅行时时,必须将界面以下的介质速度用零代替(即慢度给一足够大的常数)。

## 数值计算结果

这里首先给出一个由水平层状介质组成的模型的计算结果,以验证方法的精度和有效性。模型上层速度为 2 000 m/s,下层速度为 3 000 m/s。模型为一  $7.9 \text{ m} \times 7.9 \text{ m}$  的正方形,反射界面位于深度为 4 m 处。图 3a 为震源点位于 1 m 处的波阵面,图 3b 为接收点作为震源点得到的波阵面。在用有限差分求解程函方程时,取  $\Delta x = \Delta z = 0.1 \text{ m}$ ,震源及接收点均在地表。

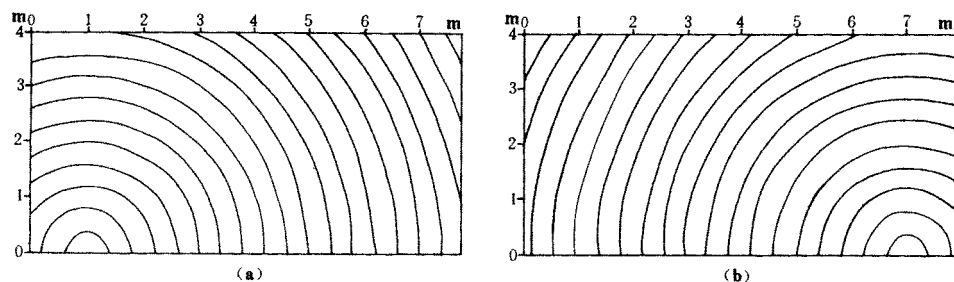


图 3 震源波阵面(a)及接收点波阵面(b)

由震源及接收点分别计算出界面的初至旅行时,相加后得总旅行时,其与界面水平坐标的关系曲线如图 4 所示。曲线上的极小值点对应的旅行时为  $5.007\,768 \times 10^{-3} \text{ s}$ ,对应的水平坐标为 4 m,由此可知,震源到接收点的反射波旅行时为  $5.007\,768 \times 10^{-3} \text{ s}$ ,反射点的水平坐标为 4 m 即反射点位于(4,4)点。而精确反射波旅行时为  $5.0 \times 10^{-3} \text{ s}$ ,反射点位于(4,4)点处。由此看出,计算的精度是很高的。图 5 为反射波路径。

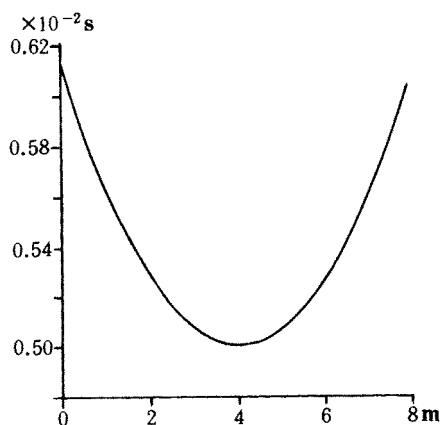


图 4 总旅行时与水平坐标关系曲线

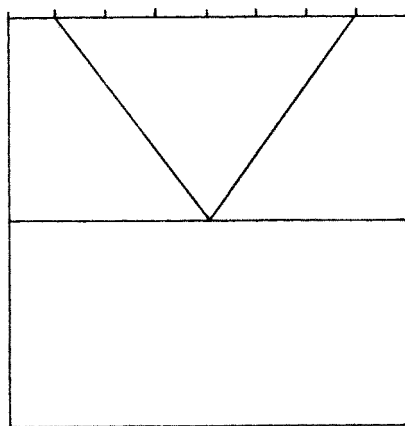


图 5 反射波射线路径

算例 2 为一倾斜界面的两层介质,震源位于地面(1,0)处,接收点分别位于 4.0 m、5.0 m、6.4 m 处,其相应界面上的总旅行时与界面水平坐标关系曲线如图 6a、b、c 所示,由此而得到的射线路径如图 8 所示。曲线上极小值点对应的旅行时即为反射波旅行时。

算例 3 是三层介质组成的模型,第一、二、三层的速度分别为 1 800 m/s、2 200 m/s、2 800 m/s,震源及接收点均位于地表,接收点距震源分别为 3 m、4 m、5 m、7 m。第二层界面为弯曲

界面,由有限差分解程函数得到第二层界面横向水平坐标与界面上的总旅行时关系曲线如图 7 所示。由此曲线可知,每条曲线均有一极大值和一极小值,因此,可以确定出每个接收点有两个反射波到达。由曲线上的极值点便可确定反射波到达时,并能确定反射点在界面上的水平

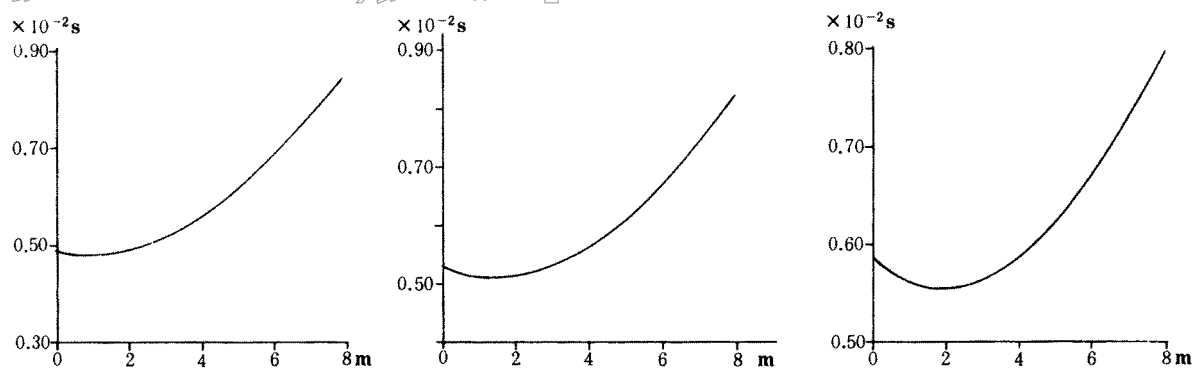


图 6 倾斜界面总旅行时与界面水平坐标关系曲线

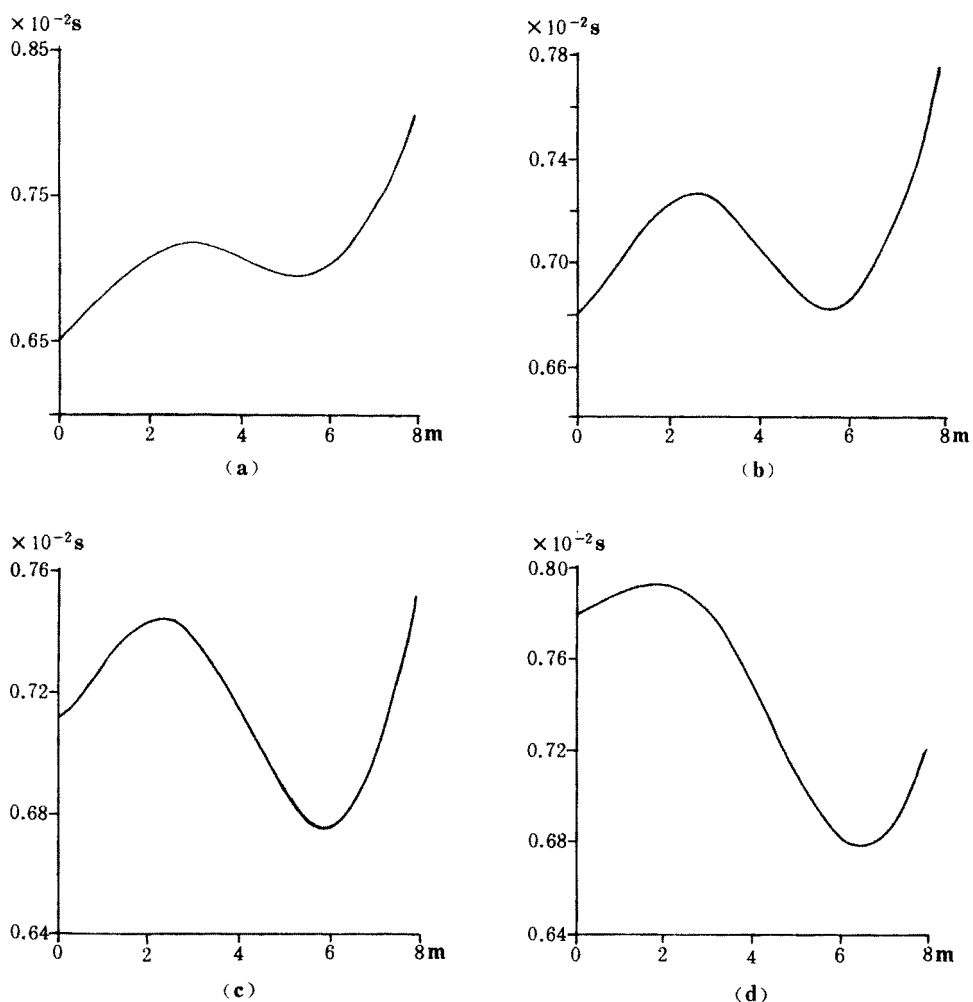


图 7 曲界面总旅行时与界面水平坐标关系曲线

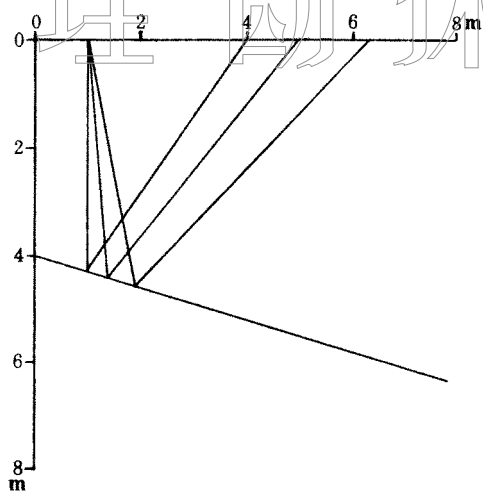


图8 倾斜界面反射波射线路径

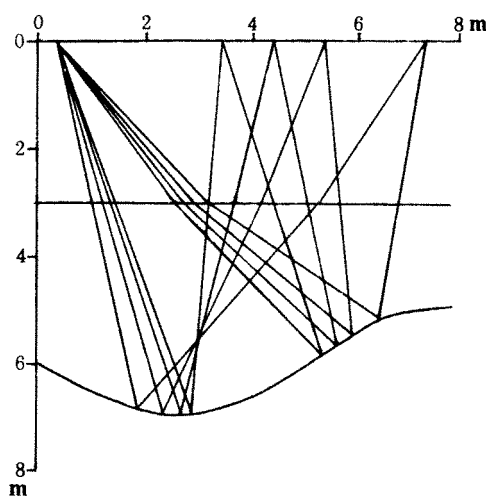


图9 曲界面反射波射线路径

坐标,最终得到的射线路径如图9所示。

## 结 论

本文提出了一种反射波波前射线追踪法,该方法给出了一种适用于复杂速度结构用有限差分解程函方程的方法。反射波的旅行时、反射点及射线路径可通过震源、接收点分别计算反射界面上各点的初至时间,然后相加,作出总旅行时与反射界面水平坐标关系曲线来确定。该方法能处理多条反射路径,保持了波前法快速、准确、适用性强的优点。本方法用于反射地震资料处理,如叠前偏移、速度分析等是非常适用的。

## 参 考 文 献

- 1 Trier J V. Up-wind finite difference calculation of seismic traveltimes. Presented at 60th SEG Annual Meeting, 1990
- 2 Qin F H, Schuster G T. Solution of the eikonal equation by a finite difference method, Presented at 60th SEG Annual Meeting, 1990
- 3 Mitsuoka T, Ezaka T. Ray tracing on reciprocity, Presented at 60th SEG Annual Meeting, 1990
- 4 Vidale J. Finite-difference calculation of travel times, Bull seism Soc Am, 1988, 78: 2 062~2 076
- 5 张霖斌等. 有限差分法射线追踪. 石油地球物理勘探, 1993, 28(6): 673~677