

AVO 反演纵、横波速度

钟 森*

(石油地球物理勘探局物探地质研究院)

摘 要

钟森. AVO 反演纵、横波速度. 石油地球物理勘探, 1995, 30(3): 373~378

本文的方法是: 首先利用 Zoeppritz 方程的近似式, 得到反射系数序列; 然后将其与地震子波褶积, 使其求解结果与实际地震数据的最小平方问题归结为求解一大型稀疏矩阵方程, 并采用奇异值分解法求解。在褶积过程中要考虑子波误差的影响; 在求解方程和矩阵过程中要考虑用声波测井速度值或实验室测试速度值进行标定。最后, 可一次解出介质从浅至深的纵、横波速度值。

主题词 AVO 反演 纵波速度 横波速度 Zoeppritz 方程 子波 矩阵

ABSTRACT

Zhong Sen. Estimation of P and S-wave velocities by AVO inversion. *OGP*, 1995, 30(3): 373~378

My method involves the following essential points:

- Reflection coefficients are derived from reduced Zoeppritz's equation, then convolved with seismic wavelet.
- The least square problem of the convolution result and real seismic data can be considered as the solution of a huge rarefactional matrix equation, which can be solved by singular value decomposition.
- The influence of wavelet error must not be neglected in the convolution.
- Acoustic log velocity or laboratorial velocity should be used in calibration in solving the equation and matrix.
- The velocities of P and S-waves in medium can be downward estimated in one pass.

Subject heading: AVO inversion, P-wave velocity, S-wave velocity, Zoeppritz's equation, wavelet, matrix

前 言

自从 Ostrander^[3]和 Gassaway^[4]开创性的工作以来, AVO 分析方法已获得很大发展。AVO 技术在碳氢检测方面的应用以及利用 AVO 反演作岩性解释皆有很成功的例子。

* Zhong Sen, Geophysical & Geological Institute, Bureau of Oil Geophysical Prospecting, Zhuozhou City, Hebei Province, Postcode: 072751

本文于 1994 年 9 月 2 日收到。

本项目由国家自然科学基金会、中国科学院、中国石油天然气总公司、大庆石油管理局联合资助。

由于 Zoeppritz 方程涉及反射界面两侧的所有物性参数,故通过 Zoeppritz 方程求出这样的物性参数,无疑在数学上是不可能的。但是通过增加方程、先验知识等,有可能得到一些参数的定量解。

本文使用 Aki 和 Richards 简化的 Zoeppritz 方程,加入声波测井数据或岩心的实验室测定参数为约束,并考虑地震记录子波影响,将最小平问题化为大型方程组的求解问题,再通过奇异值分解方法,可一次解出介质从浅至深的纵、横波速度值。

方 法 原 理

Zoeppritz 方程是以平面波入射为基础描述反射界面的反射系数、透射系数与界面上下物性参数、入射和折射角之间的关系的方程。关于此方程有多种近似,我们采用 Aki 和 Richards(1980)的近似公式

$$R(\theta) = \frac{1}{2} \left(1 - 4 \frac{W^2}{V^2} \sin^2 \theta \right) \frac{\Delta \rho}{\rho} + \frac{\sec^2 \theta}{2} \frac{\Delta V}{V} - 4 \frac{W^2}{V^2} \sin^2 \theta \cdot \frac{\Delta W}{W} \quad (1)$$

式中: R 为入射角 θ 时的反射系数; $V = (V_1 + V_2)/2$ 及 $\Delta V = V_2 - V_1$ 分别表示纵波速度平均值和差值; $W = (W_1 + W_2)/2$ 及 $\Delta W = W_2 - W_1$ 分别表示横波速度平均值和差值; $\rho = (\rho_1 + \rho_2)/2$ 及 $\Delta \rho = \rho_2 - \rho_1$ 分别表示密度平均值和差值; $\theta = (\theta_1 + \theta_2)/2$ 为入射、折射角平均值。

用 Gardner 关系式

$$\frac{\Delta \rho}{\rho} = \frac{1}{4} \frac{\Delta V}{V} \quad (2)$$

代入式(1),可得

$$R(\theta) = \frac{5}{8} \left(1 - 2 \frac{W^2}{V^2} \sin^2 \theta + \frac{1}{2} \tan^2 \theta \right) \frac{\Delta V}{V} - 4 \frac{W^2}{V^2} \sin^2 \theta \cdot \frac{\Delta W}{W}$$

令

$$R(\theta) = A_{ij} \left(\frac{\Delta V}{V} \right)_i + B_{ij} \left(\frac{\Delta W}{W} \right)_i \quad (3)$$

其中, A_{ij} 、 B_{ij} 是 (W/V) 、 θ 的函数。对 CMP 道集数据而言,它们就是时深 T 和空间 X 的函数。 i 和 j 分别为时深 T 和空间 X 方向的离散序号。

从褶积模型可知,地震记录等于反射系数序列与子波褶积再加上噪音。因此,归结为求此模型与实际地震数据的最小平问题

$$\min \sum_i \sum_j \left[\left(K_i \sum_k R_{i-k,j} S_k + N_{ij} \right) - D_{ij} \right]^2 \quad (4)$$

其中: $\{R_{ij}\}$ 为反射系数序列; $\{S_k\}$ 为子波序列,并假设在空间方向不变; $\{N_{ij}\}$ 为噪音; $\{K_i\}$ 为比例系数,仅随时深而变; $\{D_{ij}\}$ 为实际观测的地震数据。将式(3)代入式(4)得

$$\min \sum_i \sum_j \left\{ K_i \sum_k \left[A_{i-k,j} \left(\frac{\Delta V}{V} \right)_{i-k} + B_{i-k,j} \left(\frac{\Delta W}{W} \right)_{i-k} \right] S_k + N_{ij} - D_{in} \right\}^2 \quad (5)$$

对式(5)的平方求和分别对 $(\Delta V/V)_i$ 、 $(\Delta W/W)_i$ 求偏导数,并令其为零,可得

$$\sum_{v=0}^{L-1} K_{i+v} S_v \sum_j \left[A_{ij} \sum_{k=0}^{L-1} A_{i+v-k,j} S_k \left(\frac{\Delta V}{V} \right)_{i+v-k} + A_{ij} \sum_{k=0}^{L-1} B_{i+v-k,j} S_k \left(\frac{\Delta W}{W} \right)_{i+v-k} \right]$$

$$= \sum_{v=0}^{L-1} S_v \sum_j D_{i+v,j} A_{ij} - \sum_{v=0}^{L-1} K_{1+v} S_v \sum_j N_{i+v,j} A_{ij} \quad (6)$$

$$\sum_{v=0}^{L-1} K_{i+v} S_v \sum_j \left[B_{ij} \sum_{k=0}^{L-1} A_{i+v-k,j} S_k \left(\frac{\Delta V}{V} \right)_{i+v-k} + B_{ij} \sum_{k=0}^{L-1} B_{i+v-k,j} S_k \left(\frac{\Delta W}{W} \right)_{i+v-k} \right]$$

$$= \sum_{v=0}^{L-1} S_v \sum_j D_{i+v,j} B_{ij} - \sum_{v=0}^{L-1} K_{i+v} S_v \sum_j N_{i+v,j} B_{ij} \quad (7)$$

式中: $i=1,2,3,\dots,M$; L 为子波长。式(6)和式(7)右边的第二项含有等时样点的噪音矩阵元素相加,可令其为零。于是对未知变量 $\left(\frac{\Delta V}{V} \right)_i$ 和 $\left(\frac{\Delta W}{W} \right)_i$ 可形成大型方程组

$$\begin{bmatrix} \times \times \times & & \times \times \times & & \\ \times \times \times & & \times \times \times & & 0 \\ \times \times \times \times & & \times \times \times \times & & \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ & \times \times \times \times & & \times \times \times \times & \\ 0 & \times \times \times & & \times \times \times & \\ & \times \times \times & & \times \times \times & \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \left(\frac{\Delta V}{V} \right)_i \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \left(\frac{\Delta W}{W} \right)_i \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \times \\ \times \\ \times \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \times \\ \times \\ \times \\ \times \end{bmatrix} \quad (8)$$

矩阵方程中的“ \times ”代表有数值,此方程的系数矩阵是大型稀疏矩阵,我们可用奇异值分解方法求解,得

$$\left(\frac{\Delta V}{V} \right)_i \quad \left(\frac{\Delta W}{W} \right)_i \quad i = 1, 2, 3, \dots, M$$

而

$$\Delta \ln V \approx \left(\frac{\Delta V}{V} \right) \quad \Delta \ln W \approx \left(\frac{\Delta W}{W} \right) \quad (9)$$

据此求出纵、横波速度的自然对数相对变化关系。用声波测井速度值或用实验室测试速度值进行标定,便可依据这种相对变化求得各个深度的介质纵、横波速度值,即 $V_i, W_i (i=1, 2, 3, \dots, M)$ 。使用式(3)过程中,要用到 (W/V) 的值,它随深度而变化。声波测井数据或实验室的测定数据可提供此曲线。

模 型 试 算

为了验证这种方法,我们作了一个理论模型,利用表 1 提供的 5 层地质模型数据,根据式(3)计算反射系数序列并与子波褶积而合成 CMP 道集记录(图 1a)。对此 CMP 道集理论记录

进行上述 AVO 反演,可求出页岩和砂岩(1)和砂岩(2)的纵、横波速度值(表 2)及其相应的速度曲线(图 1b)。

将砂岩(1)和砂岩(2)的厚度分别减为 30m 和 10m。分别作理论合成记录 and 反演,得到图 2 和图 3。可见,虽然砂岩厚度变小了,但其解并不受影响。速度分界面仍然很清楚,速度值误差仍很小。将图 1 加入噪音,再进行反演,结果如图 4 所示。可见本方法抗干扰能力较强。从式 (6)和式(7)的右端可见,由于沿等时样点累加,可以消除随机噪音。

表 1 地质模型

岩 性	深度/m	$V/(m \cdot s^{-1})$	$W/(m \cdot s^{-1})$
页岩	0	2 030	830
砂岩(1)	1 070	3 336	1 907
页岩	1 130	2 030	830
砂岩(2)	1 375	3 791	2 273
页岩	1 435	2 030	830

表 2 理论值与反演值比较

岩 性	$V/(m \cdot s^{-1})$		$W/(m \cdot s^{-1})$	
	理论值	反演值(平均)	理论值	反演值(平均)
页岩	2 030	2 030	830	830
砂岩(1)	3 336	3 333	1 907	1 870
页岩	2 030	2 026	830	833
砂岩(2)	3 791	3 727	2 273	2 317
页岩	2 030	2 024	830	843

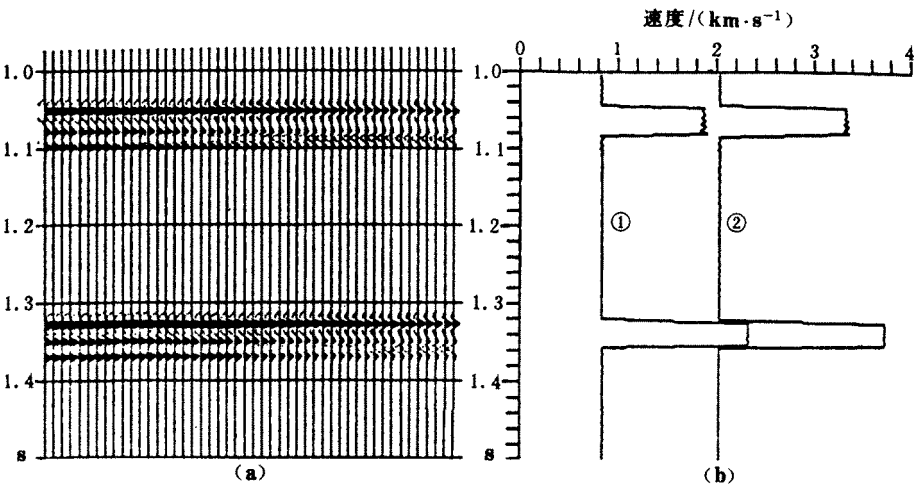


图 1 CMP 道集理论记录(60m 厚砂岩)(a)及其反演的纵波②、横波①速度曲线(b)

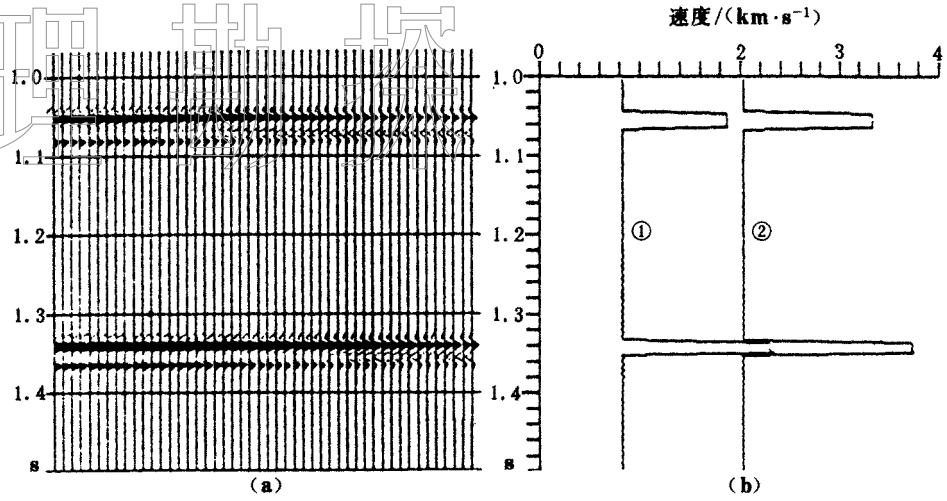


图 2 CMP 道集理论记录(30m 厚砂岩)(a)及其反演的纵波②、横波①速度曲线(b)

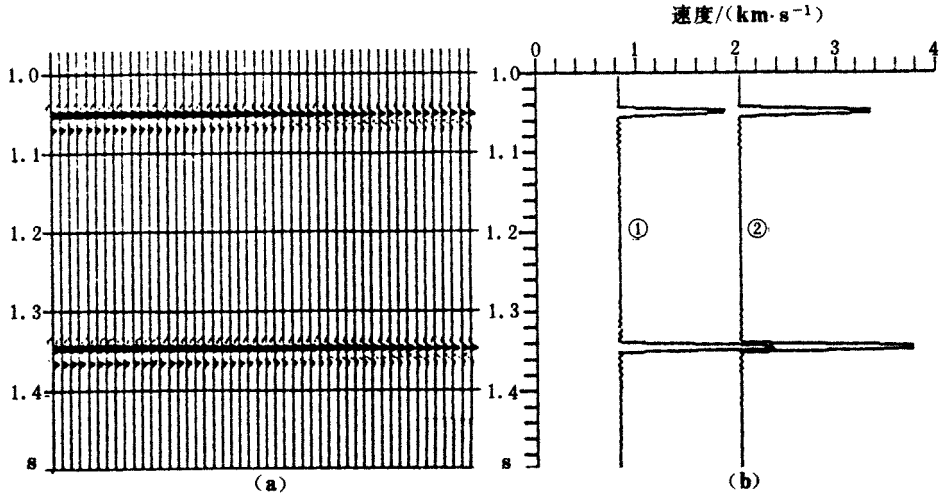


图 3 CMP 道集理论记录(10m 厚砂岩)(a)及其反演的纵波②、横波①速度曲线(b)

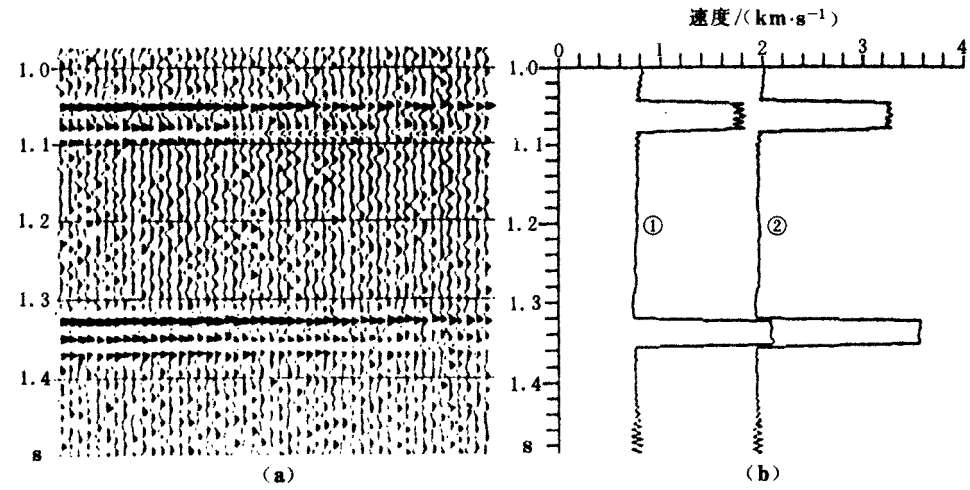


图 4 图 1 加噪音后记录(a)及其反演的纵波②、横波①速度曲线(b)

利用上述的 AVO 反演纵、横波速度方法沿着地震测线对每一个 CMP 道集进行这种计算,可以获得该测线下方的介质纵、横波速度在空间方向上的变化。对于砂岩来说还可以根据此法得到的纵、横波速度值求出孔隙率、泥质含量的空间分布,为储层描述提供更多的资料。

在输入实际记录时,要进行高信噪比处理,进行动校正、静校正、球面扩散补偿,有倾角时还应作叠前 DMO 及提取子波等处理。但其关键问题仍然是高信噪比的处理。应用文献 5 中所述方法可保证这一目标的实现。

精 度 讨 论

这里主要考虑方程组(8)解的稳定性问题。从理论上说,方程组(8)的右端项的变化引起解 X 的相对变化为

$$\frac{\|\delta X\|}{\|X\|} \leqslant \text{cond}(A) \frac{\|\delta B\|}{\|B\|} \quad (10)$$

其中: $\|\cdot\|$ 是矩阵的范数; $\text{cond}(A)$ 为矩阵 A 的条件数,即

$$\text{cond}(A) = \|A\| \cdot \|A^{-1}\|$$

式(8)的系数矩阵 A 的变化引起解 X 的相对变化为

$$\frac{\|\delta X\|}{\|X\|} \leqslant \frac{\text{cond}(A)}{1 - \text{cond}(A)} \frac{\|\delta A\|}{\|A\|} \quad (11)$$

从式(10)和式(11)可看出矩阵的条件数越小,解的相对变化就越小。实际上,由于矩阵 A 的稀疏性,使条件数变得很小。另外我们作了试算,当 (W/V) 的值上下变化 10% 时,并不影响解的精度。

通过模型试算可知,该方法精度很高,运算也很稳定,有希望在实际生产中得到应用。

参 考 文 献

- 1 Hilterman F J. *Seismic Lithology*, Society of Exploration Geophysicists, 1983
- 2 Aki K I and Richard P G. *Quantitative Seismology*, W H Freeman and Co, 1980
- 3 Ostrander W J. Plane wave reflection coefficients for gas sands at nonnormal angles of incidence. Presented at 52nd SEG Meeting, 1982, 216~218
- 4 Gassaway G S. Sample seismic amplitude measurement for primary lithology estimation, Presented at 53rd SEG Meeting 1983, 610~613
- 5 钟森, 陈广思. Radon 变换在提取地震反射信号和压制干扰中的应用. 石油地球物理勘探, 1989, 24(4): 367~380