·经验交流·

GPS—重力法在高精度物探中的应用

张赤军*
（中科院测量与地球物理研究所）

摘　　要

张赤军．GPS—重力法在高精度物探中的应用．石油地球物理勘探，1995，30(6)：828～832

当前 GPS 已广泛应用于物探重力测地工作中，其定位精度可达厘米级或更高。由于 GPS 在所测定的三维坐标中，仍不能单独解决正高或正常高（我国采用的）的问题，为此，本文提出了确定高程的 GPS—重力法。文中介绍了该法的基本原理及其应用范围和测量精度。

用实际数据检验，该法在上百公里距离范围内计算两点间的高程误差小于 20.2cm。可见，该法的测量精度可以满足在复杂地形地区进行高精度物探测量工作的需要。

主题词　GPS　重力　测量　高程

ABSTRACT

Zhang Chijun. Application of GPS gravity method to accurate geophysical exploration. *OGP*, 1995, 30(6): 828～832

GPS is widely used in geodetic survey of geophysical exploration. Its accuracy may be centimeter level or even higher. In the paper GPS gravity method is put forward to determine elevation because the problem of positive elevation or normal elevation (adopted in China) still can not be resolved in the three-dimensional coordinate system determined by GPS. The paper details the principle, application and accuracy of this method. In practice, the elevation error between two points whose distance is more than 100 km is less than 20. 2cm. It is obvious that such accuracy can meet the requirement of geophysical exploration in complicated terrain.

Subject heading: GPS, gravity, survey, elevation

引　　言

GPS 定位已成为测地工作中一项不可缺少的手段，也是大地测量和物探测地中的一种很方便的方法。除了具有高精度低成本的优点外，还具有全天候和三维定位的能力。就是说，它能给我们提供水平位置和相对于椭球的大地高。在物探和其它工程中，需要的是正常高或正高，特别是在大面积和长剖面的重力勘探中，更需要高精度的高程数据。众所周知，以往高程测

* *Zhang Chijun*, Research Institute of Survey and Geophysics, Chinese Academy of Science, No. 54 Xudong Road, Wuchang, Hubei Province, Postcode: 430077
本文于 1994 年 12 月 29 日收到。

量往往采用水准法和测距三角高程法,不仅费时费力,且受地形、天气等因素的制约。基于上述原因,本文提出了精确测定高程的GPS—重力法,即由GPS测得的大地高加上由重力测得的高程异常,以代替传统的水准测量或测距三角高程测量。

高程系统与GPS的应用

通常物探测量中采用的高程往往是由水准方法测定的,由于它是在重力场中进行的,所以它还依赖于重力。除此之外,还有另一种纯粹由几何方法确定的高程。因此可以说,不同的测量技术给出不同类型的高程,从而形成了不同的高程系统。

在椭球面高程系统中的高程称大地高,它是由地球椭球面沿法线方向到测站的距离,可以根据人卫方法测定。例如人卫激光和全球定位系统GPS,且用GPS最为简便。由于GPS卫星是围绕地球运行的,所以解算卫星轨道时以地球的各有关参数(几何和物理参数)为基础。例如目前的GPS技术所采用的是WGS84系统,所以由GPS技术测量大地高是相对于WGS84的椭球高程标准。WGS84的坐标框架是协议地球参考系,它是这样规定的:WGS84的三维坐标系原点在质心,z轴指向BIH(巴黎国际时间局,1984)的协议地极,其中包括平均地极的自转速率ω,x轴在BIH定义的零子午面上,y轴为右手系所规定的方向。如果将这一椭球归化到其它椭球(或相反),则需要对两个椭球进行变换。假设已知两个椭球质心的三个坐标差、三个欧拉角及一个尺度因子,则变换即可进行。

由GPS测定的地面点三维坐标x、y、z,可以很容易地转换为WGS84的椭球坐标:B、L、H,B为大地纬度,L为径度,H为大地高。其大地高可以表示为

$$H = (r^2 - N^2 e^2 \sin^2 B \cos^2 B)^{1/2} - N(1 - e^2 \sin^2 B) \tag{1}$$

式中:$r=(x^2+y^2+z^2)^{1/2}$; $N=a(1-e^2\sin^2 B)^{-1/2}$;$e^2=(a^2-b^2)/a^2$,$a$、$b$为椭球的长、短半径。

正高系统和正常高系统都与重力场有关。正高是大地水准面到地面点的垂直距离,即

$$H_0 = \frac{1}{g_c}\int_0^D g\,\mathrm{d}h \tag{2}$$

式中g_c为大地水准面与通过测点处的重力等位面之间的重力平均值。在此情况下,重力分布与地球内部物质的分布有关,不仅不能观测到,且难以用表达式来描述,故g_c和正高H_0都无法精确求出。

正常高是似大地水准面到地面点的垂直距离。这两个面都假定为正常等位面,其间的位差与地面到大地水准面的位差相等,故定义正常高为

$$H_n = \frac{1}{\gamma_c}\int_0^D g\,\mathrm{d}h \tag{3}$$

式中γ_c是似大地水准面到地球地形表面的正常重力的平均值,可用严格公式来表达。如在水准路线上既测高差又测重力,则$\int_0^D g\,\mathrm{d}h$可求。

我国以青岛验潮站的多年平均值作为高程起始面,这也是水准测量的零点,并由此推及全国。由于在路线上观测了重力值,这时可按式(3)精确地算出高程。

大地高与正常高之间的关系,可表示为

$$H = H_n + \zeta \tag{4}$$

ζ 为高程异常。如在某一点由GPS法测得大地高，又由重力法测得高程异常 ζ，则该点的高程问题可以迎刃而解，这就是GPS—重力法测高的基本原理。

为了进一步说明GPS的应用范围、测量精度及有关技术，现列表1作一简述。

表1 GPS应用范围、测量精度及相关技术

范围(尺度)	地球物理中应用	精度	技术
极小地区 10^{-2}～10km	三维网的控制测量工程中的应用	0.1～1mm	多路校准
局部 10～10^2km	断层带的形变监测、地表形变、物探定位、航空重力、局部重力场变化、板块边界的测量控制(结构)、微板块的监测	1～4mm	改进轨道、减少对流层影响、提高测网分辨力和跟踪模型、精确定轨、提高参照架基准
区域 10^2～10^3km	俯冲、扩张带、形变、板内形变、地震时位移和地表形变	4～10mm	减弱电离层影响、改善模型
全球	板块构造(速度)、地球自转参数、绝对高程、海面变化、冰后回弹、潮汐影响、海洋、大气、负荷、海面地形与重力场的变化	1cm	精确卫星受力模型、轨道测量、提高测网的分辨力、精化地球重力模型、精化日长、极移的计算

由重力(地形)及其模型确定似大地水准面

Molodensky克服了由地面上的重力异常必须归算到大地水准面上的缺陷，从而使研究大地水准面形状理论发展到直接研究地球表面形状的新阶段。他所采用的公式形式和过去的基本相同，即高程异常为

$$\zeta=\frac{R}{4\pi\gamma}\int_0^{\pi}\int_0^{2\pi}\Delta g s(\psi)\sin\psi\,\mathrm{d}\psi\,\mathrm{d}A \tag{5}$$

式中：$s(\psi)$ 为Stokes函数；ψ 为球面角距；γ 为正常重力；Δg 为地表重力异常；A 为方位角；R 为地球半径。

莫氏的贡献还在于他巧妙地使上式化为近区(0—ψ_0)和远区(ψ_0—π)的计算，从而提高了精度，并从理论上完善了远近区的联接，即

$$\begin{aligned}\zeta=&\frac{R}{4\pi\gamma}\int_0^{\psi_0}\int_0^{2\pi}\Delta g[s(\psi)-s_m(\psi)]\sin\psi\,\mathrm{d}\psi\,\mathrm{d}A+\\&+\frac{R}{4\pi\gamma}\int_0^{\pi}\int_0^{2\pi}\Delta g s_m(\psi)\sin\psi\,\mathrm{d}\psi\,\mathrm{d}A+\\&+\frac{R}{4\pi\gamma}\int_{\psi_0}^{\pi}\int_0^{2\pi}\Delta g[s(\psi)-s_m(\psi)]\sin\psi\,\mathrm{d}\psi\,\mathrm{d}A\end{aligned} \tag{6}$$

上式的第一项可由地面重力异常 Δg(包括地形数据)来计算；第二项可用表征重力模型的重力位系数计算；第三项以 $\delta\zeta$ 表示，并称之为截断误差，它与球函数的阶数和 ψ_0 的大小有关。式中其它符号可参见文献2。

关于上式的具体计算可参见文献 2 和文献 4。对于界圆 ψ_0 之内的区域还可用 FFT、FHT 的方法进行计算,从而加快了计算速度。文献 7 还巧妙地解决了 $s(\psi)=0$ 时的奇异点积分方法。

这里介绍另一种 Rapp 计算方法,即在模型重力场中再加上一项。此项由地面与模型之差的重力异常计算而得。以下式表示

$$\frac{R}{4\pi\gamma}\int_0^{\psi_0}\int_0^{\pi}(\Delta g-\Delta g_{\mathrm{m}})s(\psi)\sin\psi\,\mathrm{d}\psi\,\mathrm{d}A$$

模型重力场为

$$\Delta g_{\mathrm{m}}=\frac{GM}{r^2}\sum\sum(n-1)[C_{nm}^{m}\cos(m\lambda)+s_n^m\sin\lambda]P_n^m(\cos\varphi)$$

式中 $P_n^m(\cos\varphi)$ 为连带勒让德多项式,λ、ψ 为经纬度,C_{nm}^m、s_n^m 为重力位系数,r 为地面点处的向径,G 为万有引力常数,M 为球体质量。此外,还可用最小二乘法估算未知点 p 的 ζ,ζ 的协方差函数可根据已知点间高程异常求出。对于未知点 p 的 ζ_p 可表示为

$$\zeta_p=\sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{n}C_{ik}^{-1}C_{pi}\zeta_k \tag{7}$$

式中:C_{ik}为已知点间的协方差函数阵,C_{pi}为未知点和已知点的协方差函数阵,它们均可由统计法求出。显然,此时应该已知重力场的结构,估计该法的计算精度要比前两种低。

测地点位和高程的精度

由 GPS 测定点位与距离的精度一般很高,可达到 $10^{-6}\sim10^{-8}$的相对精度。现取 10^{-7},则在 100km 的边长中,精度可达 1cm。从式(4)可看出,正常高的精度主要取决于 ζ 的精度。而 ζ 是由重力异常计算出来的,在单元面积上为平均重力异常。

平均重力异常的误差 E 常以经验公式 $E=2K\sqrt{L}$ 代替,L 为划分重力异常时所取面积之边长。显然面积越大,误差越大。K 与所在地区的地形复杂程度有关,地形越复杂,K 值越大。为减少这种误差,除了减小积分面元的面积外,更寄希望于减弱地形的影响,尽可能使 K 值减小。由于在计算 ζ 时,所采用的空间(自由空间)异常 Δg_f 误差比布格异常 Δg_b 和经地改后布格异常 Δg_t 要大,例如在鄂西北大山区,它们分别为 3.0、0.68、0.39。因此可用 Δg_b 或 Δg_t 来内插 Δg_f。

为了误差的讨论方便起见,在计算 ζ 时将式(6)的积分分为四部分,即

$$\zeta=\zeta_1+\zeta_2+\zeta_3+\zeta_4 \tag{8}$$

积分时,第一项上、下限为 0～0.25,用面积为 1km×1km 的平均重力异常,并用平面公式代替 $s(\psi)$;第二项积分限为 0.25～2.5,$s(\psi)$ 取球面公式,用 $5'\times5'$ 或 $15'\times15'$ 的平均重力异常,现已有此项资料;第三项积分限为 2.5～π,用模型计算;第四项为截断项。那么相应于各项的误差分别以 m_1、m_2、m_3、m_4 代之,且

$$m_1=\frac{1}{\gamma}\left[\sum_{i=0}^{n}\frac{1}{a_i}(r_{i+1}-r_i)^2E_i^2\right]^{1/2} \tag{9}$$

$$m_2=\frac{1}{2\gamma}\left[\sum_{i=0}^{n}\frac{1}{a_i}\left(\int s(\psi)\sin\psi\,\mathrm{d}\psi\right)^2\right]^{1/2} \tag{10}$$

$$m_3 = \frac{GM}{2\gamma R}\left\{\sum_{n=2}^{360}\varepsilon_i(n-1)^2[k_n(s_{360})]^2\sum_{j=0}^{n}[P_n^j(\sin\phi)]^2\right\}^{1/2} \tag{11}$$

式中：r_i，r_{i+1}为距计算点的半径；a_i 为第 i 环的单元个数；E_i 为平均重力异常的误差；ε_i 为位系数误差，可按 Kaula 法求出，则 $\varepsilon_i = |C_nS_n| = \frac{10^{-5}}{n^2}$，$n$ 为其阶数。而

$$m_4 = \delta\zeta = 2R\sqrt{\pi}\ \frac{\rho}{\theta}|C_nS_n| \tag{12}$$

该项主要受重力场模型中高阶项的影响，亦即与计算点附近重力分布有关。若 θ 以分辨率 1km 计，那么 θ=0.01。

现将各有关数值代入式(9)～(12)，经计算有

$$m_1 = \pm 2\text{cm} \qquad m_2 = \pm 6\text{cm}$$

$$m_3 = \pm 20\text{cm} \qquad m_4 = \pm 3\text{cm}$$

最后，总误差用下式计算

$$m_\zeta = [m_1^2 + m_2^2 + m_3^2 + m_4^2]^{1/2} = \pm\ 20.2\text{cm} \tag{13}$$

另外，N. Balasubremania 的研究结果表明，在 $\phi_0 = 3°$时，ζ 的误差为 18.3cm。由此可见，上述两值甚为接近。

最后由 $m_n = (m_H^2 + m_\zeta^2)^{1/2}$ 可得正常高的误差为 20.2cm，m_H 为由 GPS 测定两点间大地高高差的误差。

通过上述分析可以看到，在距离超过 100km 甚至更长的剖面上，两点间的高程精度可达 20.2cm，完全可以代替山区采用的Ⅳ等水准测量。

结　　论

(1)GPS 在确定三维大地坐标中精度是很高的，可满足物探及其它地学工程的测量需要。

(2)仅当 GPS 与重力相结合时才能精确代替水准测量，解决高精度物探测量中的高程，尤其是重力勘探的高程问题。

参 考 文 献

1 Smith D E, Turcotte D L. *Contribution of Space Geodesy to Geodynamics*, Technology Geodynamics 25 American Geophysical Union, 1993

2 Molodensky M S etc. Methods for study of the external gravitational field and figure of the earth, (Transl. from Russian 1960), Israel Progr for Scient Transl Jerusalem, 1962

3 Balasubremania N. Definition and realigation of a global vertical datum. OSU report, 1994, (427)

4 方俊等．西安原点高程异常及垂线偏差的分布点的方案，1975

5 张赤军．精化大地水准面的两种方法．测量与地球物理集刊，1994，待出版

6 Torge W 著，徐菊生等译．重力测量学，地震出版社，1993

7 边少峰等．重力学的奇异积分新解法．地球物理学报，1992，37(增刊)：150