

物理

勘探

垂直地震剖面 GRT 偏移

王 勇 \*

李承楚

(江苏石油勘探局地调处南京计算中心) (石油大学(北京)地球物理系)

摘要

王勇,李承楚. 垂直地震剖面 GRT 偏移.《石油地球物理勘探》,1992,27(4):474~481

垂直地震剖面偏移对 VSP 方法的实际应用有着重要的意义。本文根据 Radon 变换的数学原理,从标量波动方程出发,利用格林函数解的几何光学近似推导了垂直地震剖面 GRT(Generalized Radon transform)偏移公式。

文中,用 GRT 偏移方法对 VSP 正演模型数据和实际资料的处理结果表明,该方法对于复杂地质构造的成像具有适应性强、灵活性大、精度高等优点。

**主题词:** 垂直地震剖面 地震偏移 地震波散射 格林函数 Radon 变换

ABSTRACT

**Wang Yong and Li Chengchu.** GRT migration of VSP data. *OGP*, 1992, 27(4): 474~481

VSP migration is of great significance to good VSP application. The formula of generalized Radon transform (GRT) migration of VSP data is derived from Radon transform principle, scalar wave equation and the geometric optical property of Green's function solution.

GRT migration results of modeled VSP data and real VSP data show that GRT migration is high adaptable and accurate to the image of complicated geological structure.

**Subject heading:** vertical seismic profiling (VSP), seismic migration, seismic wave scattering, Green's function, Radon transform

引 言

当地震波向地下介质传播时,在介质的间断处将发生波的散射。如果在环绕介质周围的边界上观测,可以获得全部散射波。用这些波可对地下散射场的图像实现完全重建;如在某一方向上进行观测,只能获得部分散射波,对地下散射场可部分重建<sup>[2]</sup>。在反演技术未取得突破之前,用线性反演方法可对地下构造形态进行反演。在 VSP 观测中,可接收到

\* Computer Center, Jiangsu petroleum Exploration Bureau, P. O. Box 4608, Nanjing City, Jiangsu Province, Internal Postcode: 210046

本文于 1991 年 6 月 1 日收到,修改稿于同年 10 月 4 日收到。

部分散射波(包括上行波和下行波),因此有可能利用 VSP 数据重建地下结构的图像。本文仅讨论其中的上行波。为此,作如下假定:

1. 入射波能量远大于散射波能量。
2.  $s = (s_1, s_2, s_3)$  表示三维介质中震源的位置;  $r = (r_1, r_2, r_3)$  表示三维介质中检波器的位置;  $x(x_1, x_2, x_3)$  和  $y(y_1, y_2, y_3)$  分别表示三维介质中不同成像点的位置。
3. 初始估计速度(或参考速度)为  $c_0(x)$ ,  $c(x)$  表示实际介质的速度,两者间存在如下关系

$$c^2(x) = \frac{c_0^2(x)}{1 + f(x)} \quad (1)$$

式中: 参考速度  $c_0(x)$  并非常数;  $f(x)$  是由地震数据中确定的未知扰动。

根据上述假定条件,从标量波动方程出发,可导出类似于量子力学中的 Lippman - Schrödinger 方程,此方程中散射波场与散射势的关系是非线性的。采用 Born 近似可将其线性化,得到线性积分方程,即

$$U_{sc}(r, s, \omega) = \omega^2 \int d^3x G_0(r, x, \omega) G(x, s, \omega) f(x) \quad (2)$$

式中:  $G_0(r, x, \omega)$  表示在点  $x$  处产生的散射波(从  $x$  到接收点以速度  $c_0(x)$  传播的格林函数);  $G(x, s, \omega)$  表示从震源到介质  $x$  处以速度  $c(x)$  传播的格林函数。式(2)为本文讨论偏移问题的基本方程。

## GRT 偏移原理

广义 Radon 偏移方法的思想可概述为: 存在高频的地震数据,是在由速度模型确定的界面上对地下声学散射场的积分。在医学成像术语(Herman, 1980)中称这些积分为散射场的“投影”。在面上积分重建函数的问题称为广义 Radon 变换的求逆<sup>[3]</sup>。

格林函数的几何光学渐近解的形式为

$$G_0(x, y, \omega) = A(x, y) \exp[i\omega\tau(x, y)] \quad (3)$$

式中,在  $x, y$  两点的射线旅行时函数  $\tau$  满足程函方程,即

$$[\nabla_x \tau(x, y)]^2 = C_0^{-2}(x) \quad (4)$$

振幅  $A$  满足传输方程,即

$$A(x, y) \nabla_x \tau(x, y) 2 \nabla_x A(x, y) \nabla_x \tau(x, y) = 0 \quad (5)$$

根据式(2),可得到

$$\begin{aligned} U_{sc}(r, s, t) &= - \frac{\partial^2}{\partial t^2} \int d^3x A(r, s, t) \delta[t - \tau(r, x, s)] f(x) \\ &= - \int dx A(r, x, s) \delta''[t - \tau(r, x, s)] f(x) \end{aligned} \quad (6)$$

式(6)则称为“声学 GRT”。

假定用  $T(\xi, P)$  表示给定模型空间中等时面的切平面,  $\xi$  是垂直于平面的单位矢量,  $P$  是原点到平面的距离。则可用点法式方程描述这一平面。已知三维 Radon 变换公式<sup>[5]</sup>为

$$f^\Delta(\xi, P) = \int_{T(\xi, P)} f(x) d^3x = \int d^3x \delta(P - \xi \cdot x) f(x) \quad (7)$$

式中,  $f^\Delta(\xi, P)$  表示在数据点  $(\xi, P)$  计算  $f(x)$  的 Radon 变换。那么所有平面  $T(\xi, P)$  关于  $f(x)$  的 Radon 变换, 可由如下反演公式<sup>[5]</sup>恢复任意点  $f$  的值, 即

$$f(x_0) = -\frac{1}{8\pi^2} \int d^2\xi \frac{\partial}{\partial P^2} f^\Delta(\xi, P = \xi \cdot x_0) \quad (8)$$

式(8)是  $x$  射线层折成像滤波反投影算法。将式(7)代入式(8), 则得到反演公式, 即

$$\langle f(x_0) \rangle = \frac{1}{\pi^2} \int d^2\xi(r, x_0, s) \frac{|\cos^3 \alpha(r, x_0, s)|}{c_0^3(x_0) A(r, x_0, s)} U_{sc}(r, s, t = \tau_0) \quad (9)$$

式中, 积分变量是角度矢量。其值的变化取决于所给模型的参考速度, 在一般情况下, 可用射线追踪来确定。对于一般的观测系统, 在常速情况下, 则可方便地导出  $d\xi$  与不同成像点  $(r, s, x)$  的关系式。

类似地, 可以导出二维情况下的反演公式, 即

$$\langle f(x_0) \rangle = \frac{1}{\pi} \int d\xi(r, x_0, s) \frac{\cos^2 \alpha(r, x_0, s)}{c_0^2(x_0) A(r, x_0, s)} HU_{sc}(r, s, t = \tau_0) \quad (10)$$

式中:  $\cos^2 \alpha$  为倾斜因子;  $H$  为 Hilbert 滤波因子。

## 垂直地震剖面 GRT 偏移的实现

图 1 为 VSP 观测示意图。假如  $c(x)$  为常数, 则可导出  $d\xi$  与成像点  $(x, z)$  的关系, 即

$$\begin{aligned} \xi &= \frac{1}{2}(\alpha_s + \alpha_r) = \frac{1}{2} \left( \arctg \frac{x - x_s}{z - z_s} + \arctg \frac{x_r - x}{z_r - z} \right) \\ d\xi &= \frac{1}{2} \frac{x_r - x}{(z_r - z)^2 + (x_r - x)^2} dz_r \end{aligned} \quad (11)$$

将式(11)代入式(10), 得

$$\langle f(x_0) \rangle = \frac{1}{2\pi} \int \frac{x_r - x_0}{(z_r - z_0)^2 + (x_r - x_0)^2} \frac{\cos^2 \alpha(r, x_0, s)}{c_0^2(x_0) A(r, x_0, s)} HU_{sc}(r, x, \tau_0) \quad (12)$$

考虑到对构造形态反演的要求, 用式(12)进行偏移须对积分式求一次导数, 则偏移公式再经离散化后为

$$F(x) = \frac{1}{2\pi} \sum_k \frac{x_r - x}{(z_r - z)^2 + (x_r - x)^2} \frac{\cos^2 \alpha(r, x, s)}{c_0^2(x) A(r, x, s)} \frac{\Delta U_{sc}(r, s, \tau)}{\Delta t} \quad (13)$$

从式(13)可以看出, 实现偏移的关键是求取  $\tau$  值和  $\alpha$  值。其中总旅行时  $\tau = \tau_s + \tau_r$  ( $\tau_s$  为震源到成像点的旅行时,  $\tau_r$  为成像点到接收点的旅行时)。对于每一个成像点, 都要求取其散射波场到达一切可能接收点上的旅行时。 $\alpha$  为成像点入射线和散射线的夹角(图 1), 即  $\alpha = \alpha_s + \alpha_r$ 。在实际计算中, 第一步是求取从震源到所有成像点的  $\tau_s$  和  $\alpha_s$ ; 第二步是求取接收点到所有成像点的  $\tau_r$  和  $\alpha_r$ 。然后, 代入式(13)完成一个记录道的成像, 直至输入全部记录道后, 再输出偏移结果。现行的射线追踪方法很多, 本文是采用 Langan 等人<sup>[1]~[4]</sup>提出的一种精确、快速的射线追踪法。

已知射线方程为

假定介质的波速梯度在小范围内为常数, 在满足式(15)的条件下

$$\left| \frac{\lambda \cdot r}{c(r)} \right| < 1 \quad (15)$$

式中:  $\lambda$  是空间某点的速度梯度;  $r$  是射线追踪的位置;  $c(r)$  是空间某点的速度。可以导出计算介质中射线位置、方向和走时的代数方程, 即

$$r(s) = r_0 + n_0 s \left[ 1 + \frac{s}{2c(r)} (\lambda \cdot n_0) \right] - \frac{\lambda s^2}{2c(r)} \quad (16)$$

$$n(s) = n_0 \left[ 1 + \frac{(\lambda \cdot n_0)}{c(r)} s \right] - \frac{\lambda s}{c(r)} \quad (17)$$

$$\tau(s) = \frac{s}{c(r)} \left[ 1 - \frac{(\lambda \cdot n_0)}{c(r)} s \right] \quad (18)$$

在实施射线追踪时, 首先要划分矩形网格, 因为此网格计算方便。但是, 为使波速在单元边界上满足式(15), 需要对网格点上的速度参数进行平滑。其平滑矩阵因子为

$$H = \frac{1}{16} \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

二维平滑过程是执行一个二维褶积运算, 即

$$G(x, y) = \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} v(m, n) H(x - m, y - n)$$

式中:  $x = 0, 1, 2, \dots, M-1$ ;  $y = 0, 1, 2, \dots, N-1$ 。如在频率域中实现, 可以提高运算速度。

图 2 是根据上述内容, 建立的 VSP GRT 偏移处理流程。

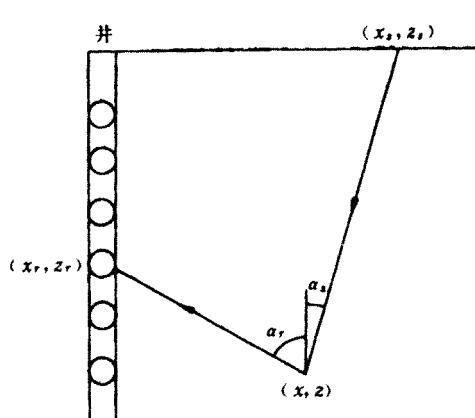


图 1 VSP 观测示意图

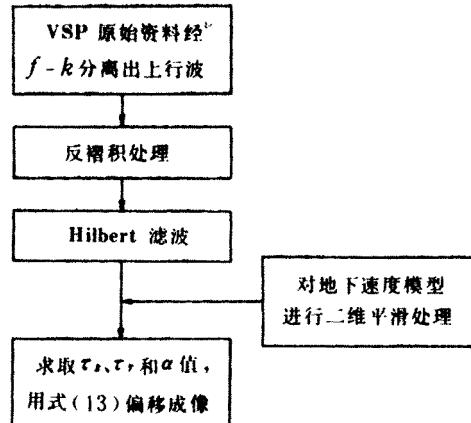


图 2 VSP GRT 偏移处理流程图

## 计算实例

VSP 正演模型采用波动方程四阶有限差分计算。震源子波采用 Gauss 函数的一阶导

## 物

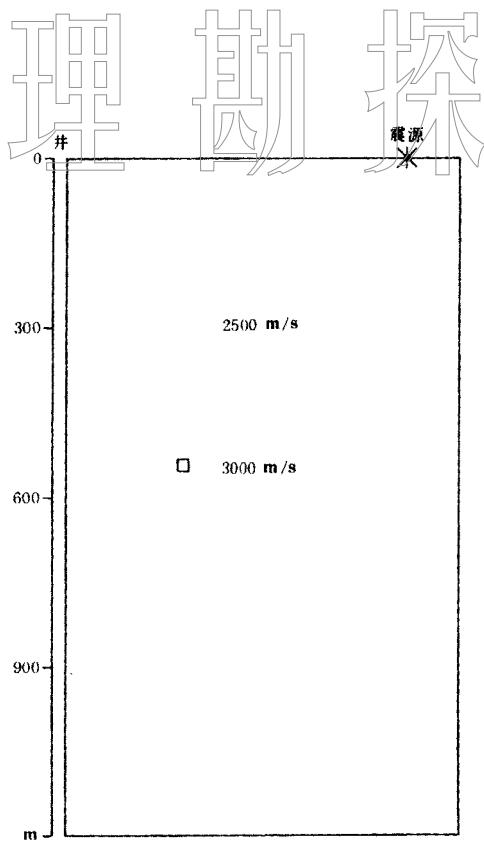


图 3a VSP 点绕射体模型

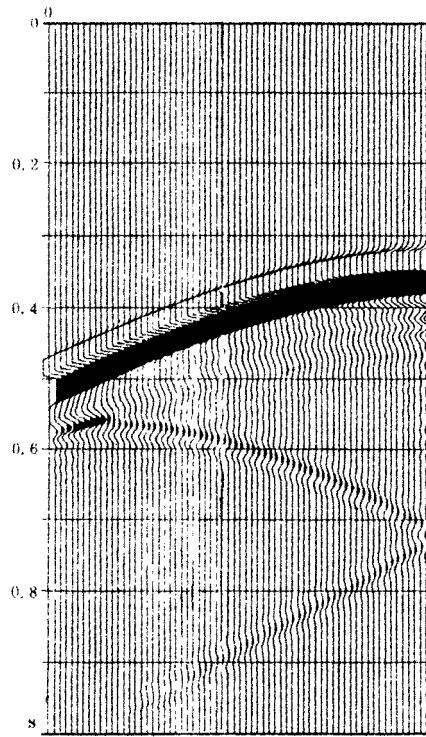


图 3b 图 3a 的 VSP 正演模型记录

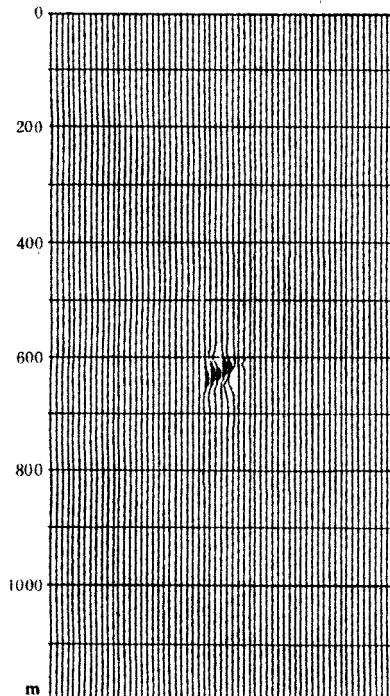


图 3c 图 3b 上行波的 GRT 偏移结果

数,主频选取为 33Hz。子波表达式为

$$s(t) = A(33 - t) \exp[-A(33 - t)^2]$$

图 3a 是设计的 VSP 点绕射体模型。绕射体尺寸为  $20\text{ m} \times 20\text{ m}$ , 水平方向与井距离为  $280\text{ m}$ , 深度为  $630\text{ m}$ 。图 3b 是图 3a 的 VSP 正演模型记录。其井源距为  $600\text{ m}$ , 检波器布在  $10\sim700\text{ m}$  的深度上, 道间距为  $10\text{ m}$ 。图 3c 是图 3b 上行波 GRT 偏移的结果。图中, 在成像处的右边存在有多余的“噪声”, 这是因为 VSP 观测仅局限在一边, 在偏移时所需要的数据量不够而产生的“画弧”现象。

图 4a 是设计的 VSP 三层介质模型。第一层介质的倾角为  $3^\circ$ , 第二层介质的倾角为  $10^\circ$ , 第三层介质的倾角为  $6^\circ$ 。图 4b 是图 4a 的 VSP 正演模型记录, 其井源距为  $600\text{ m}$ , 检波器布在  $10\sim1\ 000\text{ m}$  的深度上, 道间距为  $10\text{ m}$ 。图中, 同相轴  $AA'$  是由于模型右边界反射 (相当于在右

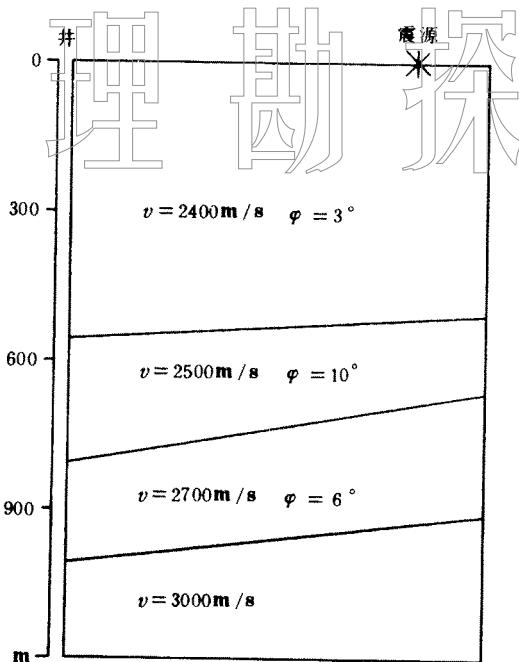


图 4a VSP 三层介质模型

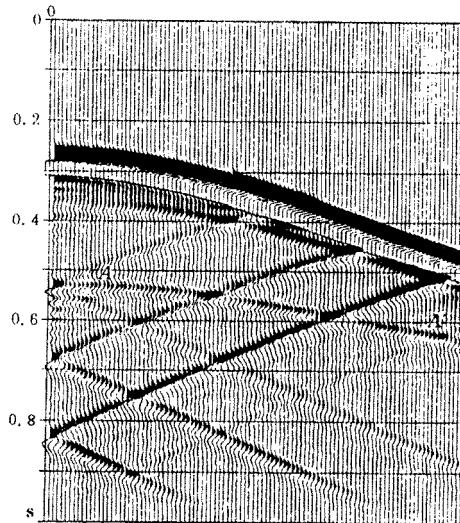


图 4b 图 4a 的 VSP 正演记录

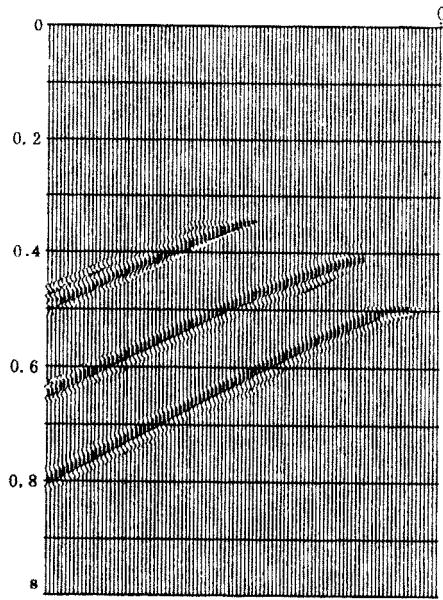


图 4c 图 4b 的上行波经 Hilbert 滤波的结果

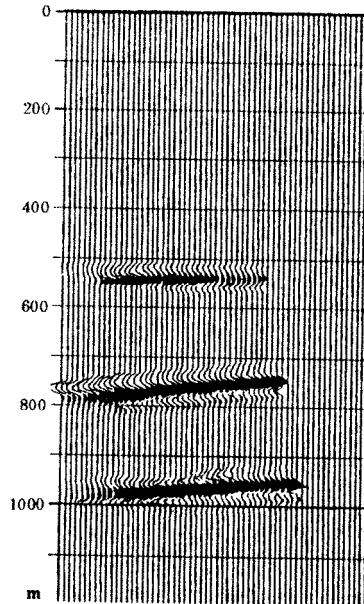


图 4d 图 4c 的 GRT 偏移剖面

边界以外与震源对称置一“虚震源”)所产生的“直达波”。图 4c 是图 4b 用  $f-k$  分离出的上行波、经脉冲反褶积和 Hilbert 滤波的结果。图 4d 是图 4c 的 GRT 偏移结果,该结果与图 4a 的设计模型吻合较好。

图 5a 是某井非零井源距的 VSP 实际记录、经  $f-k$  分离后的上行波剖面。井源距为 2 455m,检波器布在 1 060~3 020m 深度上,道间距为 20m。图 5b 是图 5a 记录经 VSP

## 物 理 勘 探

CDP 变换模块处理的剖面。图 5c 是图 5a 记录经 GRT 偏移的 VSP 剖面。图 5d 是将经 GRT 偏移的 VSP 剖面放置到过井地震叠偏剖面上的对比情况。

比较图 5b 与图 5c 可以看出, 由于 VSP CDP 变换处理模块受“界面近乎水平、波入射

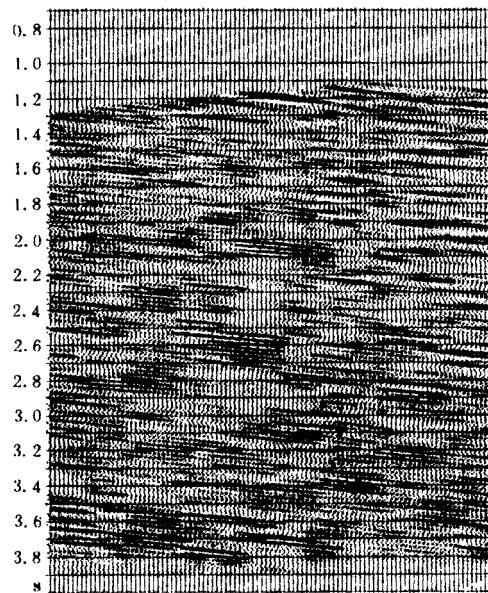


图 5a 某井经  $f-k$  分离的上行波 + Hillbert 滤波的剖面

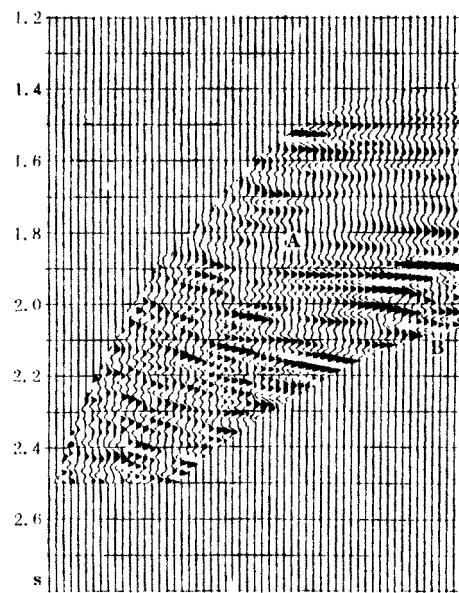


图 5b 图 5a 记录经 VSP CDP 变换模块  
处理的剖面

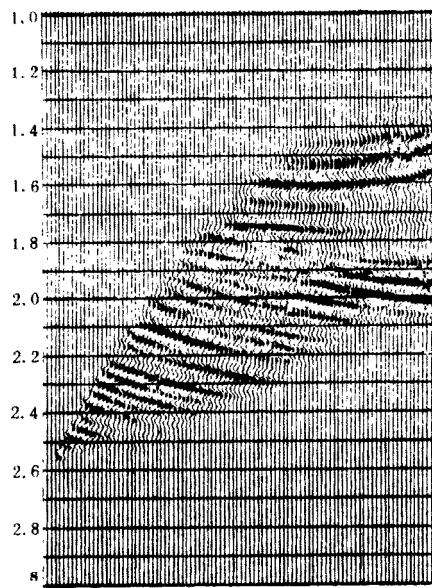


图 5c 图 5a 记录经 GRT 偏移  
的 VSP 剖面

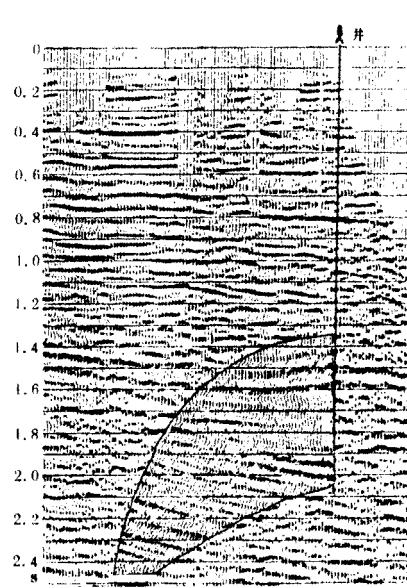


图 5d VSP GRT 偏移剖面与过井  
地震叠偏剖面的对比  
(实线内为 VSP GRT 偏移剖面)

角很小”假设条件的限制,故未能真实反映地层产状,甚至引起畸变(见图 5b 中 A、B 处)。另外,图 5c 比图 5b 的信噪比有明显地提高,与过井地震叠偏剖面(图 5d)的反射层吻合较好。这种基于线性反演的 GRT 偏移剖面(图 5c),地震波组的振幅特征十分明显:如 1.9~2.1 s 对应的井段,钻井和视电阻率测井资料证明为底砾岩,在 GRT 偏移的 VSP 剖面上则有相应的强能量反射波;另外,在 1.8~2.0 s 左右,该区地层呈楔形状,与上覆地层呈不整合接触,这一构造关系在图 5c 中反映得比较清楚。这充分说明,VSP GRT 偏移对复杂地质构造的成像有较强的适应性。

另外,该 VSP 观测的井源线与构造倾向的夹角为 30°,与过井地震剖面的夹角为 3°,因此按二维处理的 VSP 偏移剖面上地震波未能很好地归位,使剖面下部(2.1 s 后)同相轴向上抬高。这说明,在 VSP 观测设计时,合理布置震源位置是十分重要的。

## 结 论

GRT 偏移具有对复杂地质构造成像适应性强、灵活性大、精度高等特点。它类似克希霍夫积分法,其区别是倾斜因子  $\cos^2\alpha$  不同。另外,该方法在实现中,如果对偏移孔径加以控制,对消弱偏移的边界噪声将起一定的作用。

南京计算中心张淑云同志为本文提供了实际资料,秦顺亭、何惺华同志在资料处理中给予了很大帮助,在此一并致谢。

## 参 考 文 献

- 1 杨文采编著.《地球物理反演和地震层析成像》,地质出版社,1989
- 2 Esmersoy C and Levy B C. Multidimensional Born inversion with a wide-band plane wave source. *Proceeding of the IEEE*, 1986, 174(3)
- 3 Miller D, olistaglio M and Beylkin G. A new slant on seismic imaging:migration and integral geometry. *Geophysics*, 1987, 52(7): 943~946
- 4 Langan R T ,Lerche I and Culier R T. Tracing of rays through heterogeneous media:An accurate and efficient procedure. *Geophysics*, 1985, 50(9): 1456~1465
- 5 Deans S W. The Radon transform and some of its application. J Wiley & Sons. INC.