

## 快速射线追踪算法

赵改善

(地矿部石油物探研究所)

### 摘要

赵改善：快速射线追踪算法，《石油地球物理勘探》，26(2)1991：145~151

本文提出了一种快速射线追踪算法，该算法主要以模型划分和射线路径简单搜索为基础。模型划分是用一系列的垂直平行线划分所研究的模型，平行线与各层界面相交构成对模型的一种特殊剖分，一系列的交点则为近似表示模型界面的节点。假定射线通过这些节点，则根据 Fermat 原理，用简单的三点比较法迭代求得射线路径，进而计算旅行时、生成合成地震记录。该算法原理简单、计算速度快、使用灵活，它可以适用于多种复杂的地质构造、适用于多种采集排列，可以广泛地运用于合成记录计算、旅行时反演中的旅行时计算以及偏移处理中的成像时间计算。文中给出了一些计算结果，说明了本算法的有效性及模型划分的精度。

主题词：地震数据处理 模型剖分 射线追踪

### ABSTRACT

Zhao Gaishan: Fast ray-tracing algorithm, OGP, 26(2)1991: 145~151

A fast ray-tracing algorithm is recommended here. The algorithm is characterized by special model dissection and simple raypath searching. A series of vertical parallel lines dissect the layered model to form a special grid, where the crosspoints made by each interface and all parallel lines are the knots which can approximately represent the interface. Assuming that rays go through the knots, we can use Fermat principle and simple three-point comparison method to iteratively derive reasonable raypaths, from which we can calculate corresponding travel-times and then generate synthetic seismic records. This algorithm is simple in principle, fast for computation and versatile. It is applicable to varied complicated geological structures and many kinds of field layouts. Furthermore, it can be used to calculate synthetic record, tra-

vel time in travel time inversion, and image time in migration processing. Some computation results are given to show the feasibility of the algorithm, and the accuracy of the model dissection.

**Subject heading:** seismic data processing, model dissection, ray tracing

射线追踪在地震模拟、旅行时反演、层析成像、逆时偏移中起着重要的作用。射线追踪技术发展很快，二维和三维任意层状介质的射线追踪技术已基本成熟。但是，射线追踪算法的速度还有待于进一步提高，才能满足地震层析成像和地震波逆时偏移方面的需要。

目前，射线追踪算法可分为两类：一类是试射法<sup>[1]</sup>，对于简单条件该方法比较有效；另一类是基于 Fermat 原理的方法<sup>[2][3]</sup>，该方法不断迭代求解射线位置，适用于任意条件，但需求解方程组，因而较费机时。

本文以模型离散划分和射线路径三点搜索为基础，以 Fermat 原理为准则，提出了一种新的射线追踪算法。该算法原理简单、速度快，适用于任意界面的各向同性均匀层状模型。下面以二维模型为例介绍其原理。

### 快速射线追踪原理

假设模型为二维起伏界面层状地质模型，地面也是起伏的。设模型共有  $n$  层，各层的层速度为  $v_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ )，各层顶界面由函数  $s_i(x)$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) 确定

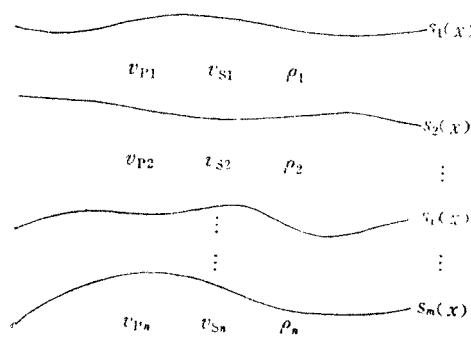


图 1 二维地质模型

定，其中  $x$  为水平坐标， $s_i(x)$  为第  $i$  层顶界面在  $x$  处的垂直坐标， $i=1$  对应地面，如图 1 所示。若模型的水平范围为  $(X_{\min}, X_{\max})$ ，在  $x$  方向用  $m$  条等分线将模型等分成  $m-1$  段， $m$  条等分线的水平坐标为

$$X_i = X_{\min} + \Delta X(i-1) \quad (1)$$

$$i = 1, 2, \dots, m$$

其中  $X_1 = X_{\min}$ ,  $X_m = X_{\max}$ ,  
 $\Delta X = (X_{\max} - X_{\min})/(m-1)$

第  $i$  条等分线与第  $j$  个界面的交点坐标为  $(X_i, z_i)$ ，其中

$$z_i = s_j(X_i) \quad (2)$$

下面讨论射线追踪问题。设炮点和检波点都位于地面上，其坐标分别为  $(x_s, z_s)$  和  $(x_t, z_t)$ ，其中

$$\begin{cases} z_s = s_1(x_s) \\ z_t = s_1(x_t) \end{cases} \quad (3)$$

对于第  $j$  个界面的反射 ( $j = 2, 3, \dots, n$ )，射线两次经过  $j-1$  层，射线是由  $2(j-1)$  段直接组成的折线，有  $2j-1$  个端点。由于起点（炮点）和终点（检波点）坐标已知，因此待求的坐标点只有  $2j-3$  个。又由于这些点位于界面上，因此一个点只有一个自由度，即水平坐标；而垂直坐标由界面函数给定。在本算法中，假定射线的  $2j-3$  个未知点均位于网格点  $(X_i, Z_i)$  ( $i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n$ ) 上。设第  $j$  个界面反射射线的折点坐标为  $(x_i, z_i)$  ( $i = 1, 2, \dots, 2j-1$ )，其中

$$\begin{cases} x_1 = x_s \\ z_1 = z_s \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{cases} x_{2j-1} = x_g \\ z_{2j-1} = z_g \end{cases} \quad (5)$$

$$\begin{cases} x_i = X_{L(i)} \\ z_i = Z_{L(i), i} \end{cases} \quad i = 2, \dots, j \quad (6)$$

$$\begin{cases} x_i = X_{L(i)} \\ z_i = Z_{L(i), 2j-i} \end{cases} \quad i = j+1, \dots, 2j-2 \quad (7)$$

式中： $L(i)$  表示第  $i$  个折点所在的等分线号； $X_i$  和  $Z_i$  分别为等分线水平坐标和网格点垂直坐标，由式 (1) 和式 (2) 给出。由此可见，两点射线追踪就可以简单地归结为确定  $L(i)$  ( $i = 2, 3, \dots, 2j-2$ )。

设有  $L(i) = p$ ，由式 (6) 或式 (7) 对  $L(i) = p-1, p, p+1$  计算得到三组坐标  $(x_i^{(q)}, z_i^{(q)})$  ( $q = 1, 2, 3$ )，并由下式计算以点  $i$  为端点的两条射线折线的旅行时

$$t_q = \sqrt{(x_i^{(q)} - x_{i-1})^2 + (z_i^{(q)} - z_{i-1})^2} / v^{(1)} + \sqrt{(x_i^{(q)} - x_{i+1})^2 + (z_i^{(q)} - z_{i+1})^2} / v^{(2)} \quad (q = 1, 2, 3) \quad (8)$$

式中  $v^{(1)}$  和  $v^{(2)}$  分别为两段射线所在层的速度。当  $i = 2, 3, \dots, j-1$  时，有

$$\begin{cases} v^{(1)} = v_{i-1} \\ v^{(2)} = v_i \end{cases} \quad (9)$$

当  $i = j$  时，有

$$v^{(1)} = v_{i-1} = v^{(2)} \quad (10)$$

当  $i = j+1, \dots, 2j-2$  时，有

$$\begin{cases} v^{(1)} = v_{2j-i} \\ v^{(2)} = v_{2j-i-1} \end{cases} \quad (11)$$

迭代中比较  $t_1, t_2$  和  $t_3$ ，若  $t_k = \min_{1 \leq q \leq 3}(t_q)$ ，则令

$$L(i) = \begin{cases} p-1 & \text{若 } k=1 \\ p & \text{若 } k=2 \\ p+1 & \text{若 } k=3 \end{cases} \quad (12)$$

用上述方法对  $i = 2, 3, \dots, 2j-2$  循环迭代修改射线路径，直至收敛。

快速射线追踪主要包括两部分：第一，模型划分，即根据若干点上的界面深度数据内插，得到垂直等分线与起伏界面的交点坐标；第二，射线追踪，即对所有给定的炮检距用上述方法进行两点射线追踪，求得各界面的反射旅行时。具体计算步骤如下：

- ① 给定计算参数，包括模型参数、模型划分参数、采集参数等
- ② 模型划分，用等分线和界面线划分模型（见图2），形成划分数据  $X_i$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ )， $Z_{ij}$  ( $i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n$ )
- ③ 炮检对循环 ( $(x_s(l), z_s(l))$ ,  $l = 1, 2, \dots, n_s$ )
- ④ 反射界面循环 ( $i = 2, 3, \dots, n$ )
- ⑤ 给定初始  $L(i)$ ,  $i = 1, 2, \dots, 2j-1$ , 并由式 (4) ~ (7) 计算射线坐标  $(x_i, z_i)$  ( $i = 1, 2, \dots, 2j-1$ )
- ⑥ 用前述方法循环迭代修改  $L(i)$  和  $(x_i, z_i)$  ( $i = 2, 3, \dots, 2j-2$ )
- ⑦ 若在一次迭代中  $L(i)$  ( $i = 2, 3, \dots, 2j-2$ ) 都无任何改变，则收敛转⑧，否则转⑥

- ⑧ 计算反射旅行时

$$t(l, j) = \sum_{i=1}^{j-1} \sqrt{(x_{i+1} - x_i)^2 + (z_{i+1} - z_i)^2} / v_i + \\ + \sum_{i=t}^{2j-2} \sqrt{(x_{i+1} - x_i)^2 + (z_{i+1} - z_i)^2} / v_{2j-i-1} \quad (13)$$

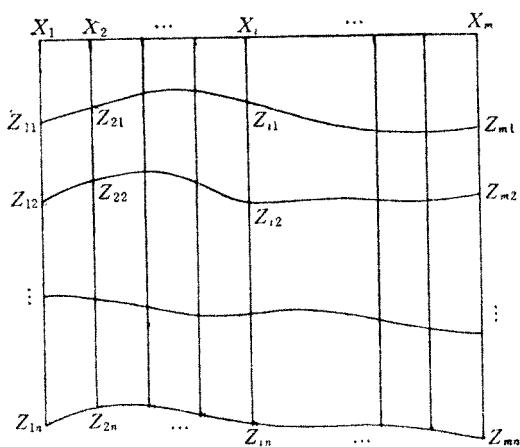


图 2 模型划分示意图

- ⑨ 反射界面循环完转③，否则转④
- ⑩ 炮检对循环完结束，否则转③

几点说明：

1. 模型划分方法和精度。用划分网格来近似连续界面的起伏必定要降低反射旅行时的计算精度，但这会大大提高计算速度。我们可以选取合适的划分间隔  $\Delta X$ ，既满足计算精度的需要，又使计算量不会大幅度增加。形成划分网格的界面内插方法可根据实际需要(如模拟的界面类型、简单性、计算精度等)进行选择。通常采用线性

内插模拟分段平界面或阶梯状界面，用三次样条内插模拟连续起伏界面。模型划分也可采用不等间隔。下面简单分析一下离散误差的量级。对于层内的一段射线，设其水平坐标差为  $\delta x$ ，垂直坐标差为  $\delta z$ ，则其对应的旅行时为  $\sqrt{\delta x^2 + \delta z^2} / v$  ( $v$  为层速度)。由于离散

## 物理勘探

作用，水平坐标可能出现的最大误差为 $2\Delta x$  ( $\Delta x$  为离散间隔)，其引起的旅行时差为 $2\Delta x\delta x/\sqrt{\delta x^2 + \delta z^2}$ 。对于第 $n$ 层底界面的反射，射线要经过 $2n$ 个地层，其最大误差为 $\Delta t = 4n\Delta x \sin \theta / v$ ，其中 $\theta$ 为射线与垂线的平均夹角， $v$ 为平均速度。当炮检距小于两倍的界面深度时， $\sin \theta \leq 1/\sqrt{2}$ ， $\Delta t \leq 2\sqrt{2} n \Delta x / v$ 。若 $\Delta x = 2$  m， $v = 4000$  m/s， $n = 5$ ，则 $\Delta t \leq 7$  ms。实际上误差要比这小得多，因为当一个折点水平坐标发生变化时，以该折点为端点的两段射线旅行时的变化常常是符号相反、绝对值近似相等。这样，使得实际离散的误差要比上面估计的小得多。例如，当两地层的速度分别为 3000 m/s 和 4000 m/s，厚度分别为 50 m 和 100 m 时，水平坐标相距 200 m、位于两地层两侧点间的理论旅行时为 68.51 ms（见图3）。若折点 C 的坐标位移 5 m，则射线 ACB 的旅行时有 68.55 ms，产生的旅行时变化为 0.04 ms，比上述分析中预计的上限 (2 ms) 低得多。

2. 采集排列。从原理上讲，这种快速算法适合任何排列类型的旅行时计算，如自激自收、共炮点、共中心点排列。对算法稍加改进也适合于零非源距和非零井源距 VSP、井一井及地下任意两点间的旅行时计算。

3. 速度横向变化。前面假定各层速度是均匀的，但可以将其推广到速度横向变化的情况，且不会很大地增加问题的复杂性。

4.  $L(i)$  的初值问题。选取合适的初值有利于加快收敛速度，获得最优解。

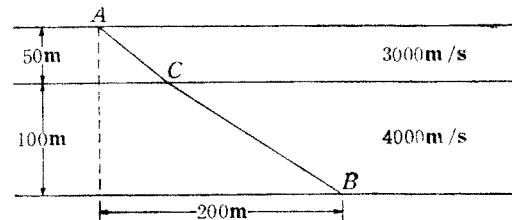


图 3 离散误差分析模型示意图

## 计 算 结 果

这里仅给出了两个计算例子来说明本方法的有效性，同时示出了不同划分间隔的计算精度。在合成记录的计算中，考虑了振幅随偏移距的变化 (AVO) 效应。

### 例1 起伏界面和透镜体模型

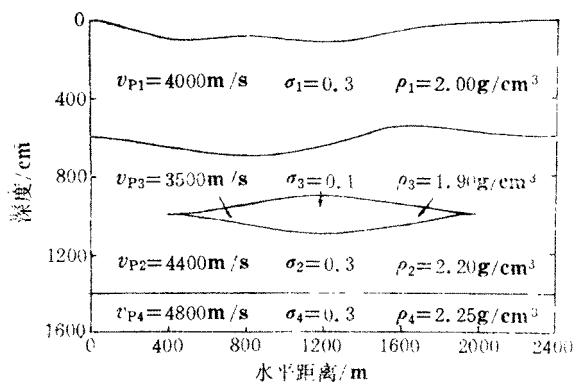


图 4 模型 I

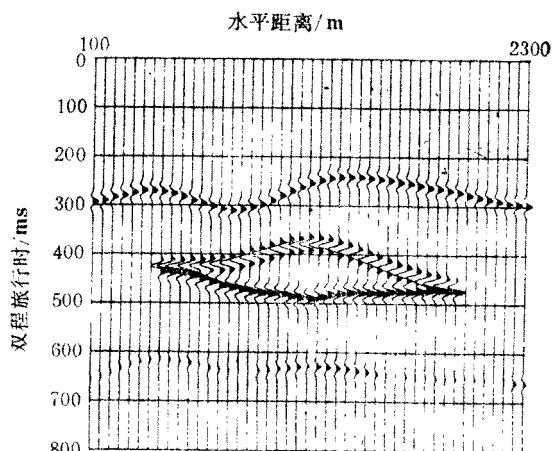


图 5 模型 I 的零偏移距剖面

模型Ⅰ如图4所示,其自激自收剖面见图5。道间距为50m,共45道,道坐标从100~2300m。剖面中透镜体反映清晰,其下平界面出现起伏。

表1 模型Ⅰ旅行时计算误差 $\varepsilon^*$

ms

反射层	$\Delta X/m$						
	2	4	10	20	25	40	50
1	0.01	0.14	0.02	0.69	0.05	1.22	0.15
2	0.02	0.15	0.09	0.77	0.44	1.46	0.83
3	0.28	0.80	2.00	3.80	4.10	5.90	7.60
4	0.17	0.42	0.92	1.18	0.95	1.40	0.95

\*相对于 $\Delta X=1$ 结果的均方误差

表1给出了模型Ⅰ不同划分间隔( $\Delta X$ )的旅行时计算误差( $\varepsilon$  ms),用 $\Delta X=1$ 结果的均方根误差表示。由表中可以看出,在给定的情况下, $\Delta X \leq 4m, \varepsilon < 1ms; \Delta X \leq 25m,$

$\varepsilon < 5ms$ 。还可以看出,当划分( $\Delta X = 20, 40m$ )使观测点不总是位于网格点上时,计算误差较大。

## 例2 倾斜平界面模型

模型Ⅱ如图6所示,图7是该模型上计

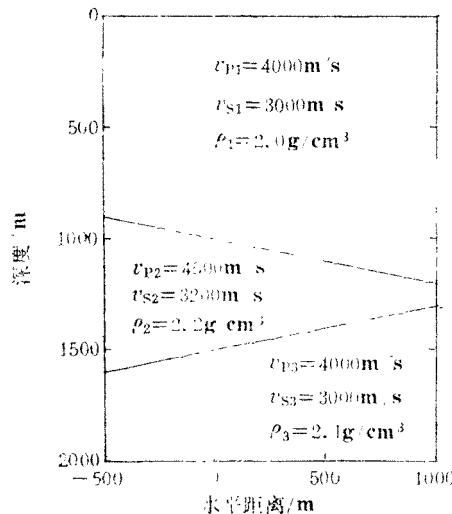


图6 模型Ⅱ

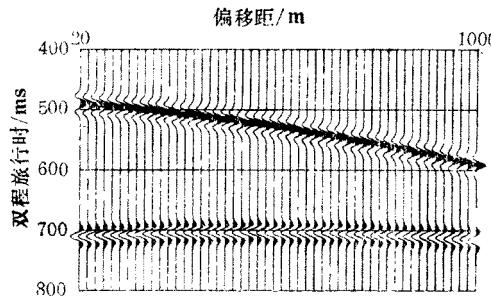


图7 模型Ⅱ共炮点记录

算得到的一个共炮点道集。炮点坐标为0m,共有50个检波点,其坐标为20, 40, ..., 1000m。

表2是模型Ⅱ的计算误差 $\varepsilon$ ,为相对精确解<sup>[1]</sup>的均方根误差。由表2可以看出,模

表2 模型Ⅱ计算误差 $\varepsilon^*$

ms

反射层	$\Delta X/m$		
	5	10	20
1	0.30	0.30	0.30
2	0.32	0.33	0.43

\* $\varepsilon$ 为相对精确解

型划分不必很细（如 $\Delta X = 10m$ ）就可以得到满意的结果。

### 结 束 语

本文介绍了一种基于模型划分和简单搜索射线路径和快速射线追踪算法，由于模型划分的适用性和简单性，以及射线路径搜索中采用了简单的三点搜索方法，大大地提高了方法的实用性，减少了计算量。灵活构造模型可使本算法适用于多种地质构造、多种采集方式的旅行时计算和地震合成记录计算。本算法的计算速度很快，因此可广泛地运用于地震偏移和地震反演中的旅行时计算，加快偏移和反演的速度。

本算法可作进一步推广。例如：灵活的不均匀划分可解决计算量和精度之间的矛盾；适应速度横向变化可扩大算法的适用范围，提高算法处理复杂问题的能力，而计算量增加不显著；简单的速度替换即可计算 P-SV 转换波反射旅行时。

### 参 考 文 献

- [1] 赵改善：倾斜层状粘滞介质地震记录的合成，《石油物探》，28(1)1989: 71~82
- [2] 王仰华：确定三维地层速度结构的地震层析成像技术，《石油物探》，28(2)1989: 26~36
- [3] Guiziou, J. I. 著，张淑敏译：三维射线追踪：层析成像的应用，《石油物探译丛》，(2)1989:63~69

### · 编者、作者、读者 ·

《石油地球物理勘探》编辑部：

贵刊是我在这里所见到的中文地学期刊中最好的之一，也是美国地质协会 GeoRef 联机检索数据库收录的期刊之一。贵刊的大部分文章均被收录在它的数据库以及它出版的 Bibliography and Index of Geology 检索工具书中。作为中国进修学人，当我标引贵刊的时候，感到十分亲切，为你们的高质量的、印刷精美的期刊而高兴。祝贵刊更上一层楼。GeoRef 的数据库是当今地学界最大的文献数据库，可被全世界的地质学家通过几家检索系统所检索，因此有很重要的意义。

现向贵刊提出一点建议，仅供参考。贵刊的文章均有作者名和摘要的英文，但无作者单位和地址的英文译名，这给美国标引人员带来一定的困难，也使有兴趣者无法与作者联系。如果能加上作者的工作单位和地址的英文译名，那就锦上添花了。

再次祝贵刊更上一层楼

中国访美学学者 阎生健

1991.1.15